

Planeación didáctica de Cálculo I

Escolarizada

Autor:

Faustino Vizcarra Parra

UAP

Docente

Contenido

Sugerencias para la bitácora del docente	1
Aprendizajes de trayectoria del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático.....	2
Encuadre	3
Carta compromiso.....	4
Aplicación del examen diagnóstico	7
Evaluación diagnóstica	8
Progresión de aprendizaje 1. Límites de funciones	9
Progresión de aprendizaje 2. Límites infinitos y límites en el infinito.....	43
Progresión de aprendizaje 3. Funciones continuas	55
Progresión de aprendizaje 4. Derivadas de funciones algebraicas	65
Progresión de aprendizaje 5. La derivada de funciones compuestas, implícitas y de orden superior	80
Progresión de aprendizaje 6. Razones de cambio relacionadas.....	90
Progresión de aprendizaje 7. Derivadas de funciones trigonométricas	93
Progresión de aprendizaje 8. La derivada de la función exponencial y logarítmica	98
Progresión de aprendizaje 9. Análisis y representación gráfica de funciones.....	104
Progresión de aprendizaje 10. Problemas de optimización	123

1. Delimite los alcances de la bitácora

Para comenzar, defina aspectos que le ayuden a registrar la información en su bitácora. Algunas opciones son:

Sobre sus estudiantes

- ¿Qué hacen y dicen sus estudiantes?
- ¿Qué actitudes y conductas tienen?
- ¿Qué habilidades demuestran?
- ¿Qué dificultades de aprendizaje expresan u observa en ellos?

Sobre el contexto

- Aula: condiciones en las que se realiza el trabajo cotidiano y se da la interacción de quienes convergen en el espacio áulico.
- Entorno: circunstancias, procesos o condiciones en las que se encuentran sus estudiantes fuera del aula: escuela, familia y comunidad.
- Acontecimientos emergentes: sucesos inesperados que inciden en el trabajo escolar, dentro o fuera de la escuela.

2. Registre la información

- Realice anotaciones cortas de detalles o sucesos relevantes que llamen su atención del trabajo individual y colectivo de sus estudiantes, que le permitan valorar hacia dónde dirigir la enseñanza.
- Incluya datos generales que ayuden a identificar su registro: fecha, asignatura o contenido, actividad realizada, nombres de sus estudiantes, etcétera.
- Registre reflexiones, así como información obtenida en conversaciones con estudiantes, familias y otros docentes que atienden al mismo grupo, como ocurre en bachillerato.
- No tiene que apuntar todo lo que suceda ni hacerlo diariamente: ello convertiría este ejercicio en una actividad rutinaria y sin sentido. Escriba en su bitácora en el momento más cercano posible al evento observado, con la intención de preservar sus emociones e impresiones.

3. Revisar y analizar los registros

- Lea su bitácora de forma frecuente para darle seguimiento al trabajo de sus estudiantes y brindarles apoyo inmediato con el diseño de nuevas actividades.
- Subraye de colores distintos para catalogar los aspectos de tal forma que le faciliten su lectura y análisis los aspectos.
- A partir de la información que resulte de su análisis, reflexione qué cambios necesita hacer en su práctica o qué acciones debe realizar; anótelos en su bitácora y póngalos en marcha.

Aprendizajes de trayectoria del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático

El Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático contribuye al perfil de egreso con los siguientes aprendizajes de trayectoria:

1. Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
2. Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
3. Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.
4. Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.

UAP

Docente

Encuadre

Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) Cálculo I

Secuencia didáctica del tema Encuadre

Núm. de sesiones 1

Propósito Establezca acuerdos sobre el conjunto de comportamientos del docente que son esperados por el estudiante y el conjunto de comportamientos de los estudiantes que son esperados por el docente.

Fecha

S	Actividad	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Producto entregable	Criterio de evaluación
1	Encuadre de curso	El docente da la bienvenida al ciclo escolar, se presenta, pide que se presenten los alumnos. Indica el nombre de la UAC (Cálculo I), les indica el contenido temático de esta (lo que se abordará durante el semestre), la modalidad de trabajo es presencial, se utilizará la Plataforma Moodle (dependiendo de las condiciones de cada unidad académica), les presenta la forma de trabajo, las actividades y las evaluaciones que se van a realizar en cada una de las unidades, los criterios para ser evaluadas así como los tiempos en que se deben de entregar las actividades y realizar las evaluaciones, se cuestiona si los alumnos tienen dudas, preguntas y/o alguna modificación que crean pertinente para que se consense y se realice. Establece el conjunto de comportamientos de los estudiantes que son esperados por el docente. Se compromete a no incurrir en los efectos Topaze, Jourdain y Dienes. Firma un acuerdo con los estudiantes.	Plenaria en grupo: Atiende a la explicación por parte del docente, realiza anotaciones si considera necesario, y realiza preguntas para esclarecer dudas. Establecen el conjunto de comportamientos del docente que son esperados por el estudiante. Firman un acuerdo con el docente.	Contrato didáctico firmado por el alumno y docente	

Carta compromiso



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA
UNIDAD ACADÉMICA
CARTA COMPROMISO



Siendo las _____ horas del día _____ de _____ de 2024.

El Profesor (a): _____

De la UAC de: _____ del grupo _____.

En conformidad con los alumnos que firman (se anexan firmas), hacen constar que se explicó y se aclararon dudas al inicio del semestre los siguientes puntos:

1. Aprendizajes de trayectoria a contribuir desde Cálculo I.
2. Darles a conocer progresiones de aprendizaje y metas de Cálculo I.
3. Darle a conocer las actividades de aprendizaje a realizar en cada progresión de aprendizaje.
4. Darles a conocer los instrumentos para la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.
5. Darle a conocer el o los proyectos transversales a realizar.
6. Darle a conocer las formas de realizar las actividades dentro del aula, en forma individual y por equipos.
7. Bibliografía y material a utilizar.
8. Criterios de evaluación.
9. Para ser evaluado el alumno debe de cumplir con todas las actividades de aprendizaje de cada progresión, incluidos los proyectos transversales.

Criterios de evaluación

- Asistencia.
- Entrega en tiempo y forma de actividades de aprendizaje y proyectos transversales para ser evaluadas según su desempeño.
- Los criterios de evaluación serán los siguientes:

NOTA Deberá de contar con el 80% de asistencia para tener derecho al examen ordinario (producto integrador) y el 50% de asistencia para poder tener derecho a examen extraordinario.

ATENTAMENTE

Nombre del docente

Nombre y firma del jefe de grupo

Docente

Nº	Firmas de alumnos	Celular
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.		
14.		
15.		
16.		
17.		
18.		
19.		
20.		
21.		
22.		
23.		
24.		
25.		
26.		
27.		
28.		
29.		
30.		
31.		
32.		
33.		
34.		
35.		
36.		
37.		
38.		
39.		
40.		
41.		
42.		
43.		
44.		
45.		
46.		

Docente

47.		
48.		
49.		
50.		

UAP

Docente

Aplicación del examen diagnóstico

UAC		Cálculo I			
Secuencia didáctica del tema		Examen diagnóstico		Núm. de sesiones	1
Propósito	Obtenga información sobre el conocimiento básico necesario que permita asegurar el punto de partida.			Fecha	
S	Actividad	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Producto entregable	Criterio de evaluación
1	Examen diagnóstico	Aplica un examen diagnóstico que puede ser resuelto en línea o impreso (si el examen fue resuelto en línea desde casa, se sugiere trabajar en la retroalimentación). Retroalimenta el examen.	Participación individual: Resuelve de manera individual la evaluación diagnóstica. Trabajo en plenaria: Participan en la solución de cada pregunta del examen. Luego, reflexionan sobre sus aciertos y errores.	Examen escrito o en formulario de Google	Examen diagnóstico

UAP

Docente

Evaluación diagnóstica

Evaluación diagnóstica para identificar logros o áreas de oportunidad sobre los conocimientos previos necesarios para construir e integrar el nuevo conocimiento, el cual se considera como punto de partida para realizar las actividades de aprendizaje que dan cuenta del nivel de logro.

Al finalizar la evaluación, reflexiona sobre los resultados obtenidos, luego, establece la ruta de aprendizaje, así como los cambios necesarios en los hábitos de estudio y estrategias de aprendizaje a implementar para lograr un nivel idóneo.

Cada profesor diseña la evaluación diagnóstica con base en el contexto del que aprende y de la experiencia docente.

UAP

Docente

Progresión de aprendizaje 1. Límites de funciones

UAC	Cálculo I			Fecha	Núm. de sesiones	19	
Progresión 1	Analiza el concepto de límite, evaluando su comportamiento a través de métodos gráficos, numéricos y analíticos para determinar el valor al que se aproxima una función en un punto dado.						
Categoría	Subcategorías	Aprendizaje de trayectoria			Meta de aprendizaje		
C1 Procedural	S1 Elementos aritmético-algebraicos S3 Elementos variacionales	Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.			M1-C1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.		
C2 Procesos de Intuición y Razonamiento	S1 Capacidad para observar y conjeturar S2 Pensamiento intuitivo	Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).			M1-C2 Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.		
C3 Solución de problemas y modelación	S1 Uso de modelos	Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.			M1-C3 Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.		
C4 Interacción y lenguaje matemático	S1 Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico	Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.			M1-C4 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.		
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos		Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
1	Apertura						
	Indica leer la progresión de aprendizaje 1 para llevar a cabo la	Trabajo individual. Realiza la lectura de la progresión de aprendizaje 1 e identifica las metas de aprendizaje a lograr.					Mediación docente: 10 min.

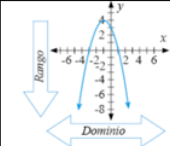
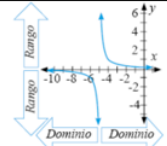
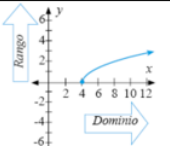
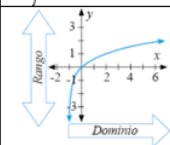
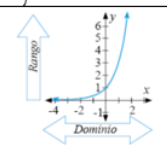
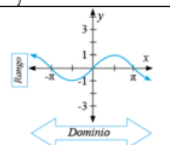
UAP

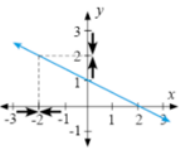
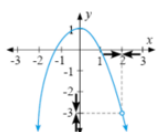
Docente

identificación de metas de aprendizaje a lograr.																					
Establece la diferencia entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático.	Trabajo en plenaria. Realizan la <i>Evaluación diagnóstica 1.1.</i> <i>Evaluación diagnóstica 1.1.</i> <i>Evaluación diagnóstica 1.1</i> Selecciona la opción correcta en cada pregunta. 1. ¿Cuál es el factor común de los términos en el polinomio $6x^2 - 3x$? a) $3x$ b) $6x$ c) x d) $2x$ 2. ¿Cuál es la factorización del polinomio $x^2 - 16$? a) $(x - 4)^2$ b) $x(x - 16)$ c) $(x + 4)(x - 4)$ d) $(x + 4)^2$ 3. Factoriza el polinomio $x^2 - 4x - 12$. a) $(x + 6)(x - 2)$ b) $(x - 2)(x - 6)$ c) $(x + 2)(x + 6)$ d) $(x - 6)(x + 2)$ 4. Simplifica la fracción $\frac{x^2 - 9}{x + 3}$. a) $x + 3$ b) $x - 3$ c) $x - 9$ d) $x + 9$ 5. ¿Cuál es el resultado de racionalizar el denominador de la fracción $\frac{5x}{\sqrt{x}}$? a) 5 b) $\frac{5x}{\sqrt{5x^2}}$ c) $5\sqrt{x^3}$ d) $5\sqrt{x}$ 6. ¿Cuál es el valor de $\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta$? a) $\text{sen} (2\theta)$ b) 1 c) 0 d) $\tan \theta$	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Evaluación diagnóstica 1.1.</i>																	
Desarrollo																					
Explica los conceptos función matemática, los tipos de funciones, el dominio de una función y el rango de una función.	Trabajo en plenaria. Analizan las tres definiciones de función. Definiciones de función 1. Una función f de un conjunto A a un conjunto B es una relación o regla de correspondencia que a cada elemento $x \in A$ le asigna un único elemento $y = f(x) \in B$. 2. Una función es un conjunto de pares ordenados de números (x, y) en el que no existen dos o más pares ordenados con el mismo valor de x y diferentes valores de y. 3. Una función es una relación entre dos variables (x, y) de tal manera que a x (la variable independiente), le corresponde uno y sólo uno de los valores de y (la variable dependiente). Identifican los tipos de funciones numéricas <table><tr><td rowspan="3">Funciones</td><td rowspan="3">{</td><td>Polinomiales</td><td>Ejemplos: $f(x) = 5x, f(x) = 3x^2 - x + 5$</td></tr><tr><td>Racionales</td><td>Ejemplos: $f(x) = \frac{1}{x}, f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$</td></tr><tr><td>Irracionales</td><td>Ejemplos: $f(x) = \sqrt{x}, f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3}$</td></tr><tr><td rowspan="3">Racionales</td><td rowspan="3">{</td><td>Logarítmicas</td><td>Ejemplos: $f(x) = \log_{10} x, f(x) = \ln x$</td></tr><tr><td>Exponenciales</td><td>Ejemplos: $f(x) = 2^x, f(x) = e^x$</td></tr><tr><td>Trigonométricas</td><td>Ejemplos: $f(x) = \text{sen } x, f(x) = \text{cos } x$</td></tr></table> Establecen la definición de dominio y rango.	Funciones	{	Polinomiales	Ejemplos: $f(x) = 5x, f(x) = 3x^2 - x + 5$	Racionales	Ejemplos: $f(x) = \frac{1}{x}, f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$	Irracionales	Ejemplos: $f(x) = \sqrt{x}, f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3}$	Racionales	{	Logarítmicas	Ejemplos: $f(x) = \log_{10} x, f(x) = \ln x$	Exponenciales	Ejemplos: $f(x) = 2^x, f(x) = e^x$	Trigonométricas	Ejemplos: $f(x) = \text{sen } x, f(x) = \text{cos } x$	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad de formativa 1.1.</i>	Mediación docente: 30 min.
Funciones	{			Polinomiales	Ejemplos: $f(x) = 5x, f(x) = 3x^2 - x + 5$																
				Racionales	Ejemplos: $f(x) = \frac{1}{x}, f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$																
		Irracionales	Ejemplos: $f(x) = \sqrt{x}, f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3}$																		
Racionales	{	Logarítmicas	Ejemplos: $f(x) = \log_{10} x, f(x) = \ln x$																		
		Exponenciales	Ejemplos: $f(x) = 2^x, f(x) = e^x$																		
		Trigonométricas	Ejemplos: $f(x) = \text{sen } x, f(x) = \text{cos } x$																		

UAP

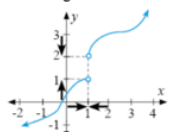
Docente

	El dominio de una función f es el mayor subconjunto del conjunto de números reales para los que $f(x)$ es un número real. El rango de una función f es el subconjunto de números reales que resulta de evaluar $f(x)$ para cada número real de su dominio.					
Orienta el trabajo en equipo para que realicen la <i>Actividad de formativa 1.1</i> . Retroalimenta a los equipos sobre la variación de procesos infinitos.	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad de formativa 1.1</i> . <i>Actividad de formativa 1.1.</i> 1. Determina el dominio y rango de las funciones representadas en forma gráfica en siguiente imagen.					
	 a) $D_f =$ $R_f =$  b) $D_f =$ $R_f =$  c) $D_f =$ $R_f =$  d) $D_f =$ $R_f =$  e) $D_f =$ $R_f =$  f) $D_f =$ $R_f =$					
Cierre						
Recapitula sobre el concepto de función y sus elementos.	Trabajo en plenaria: Expresan lo aprendido sobre las funciones matemáticas.	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.	
Trabajo extraclase						
Propone indagar sobre la definición intuitiva de límite.	Trabajo individual: Busca en inteligencias artificiales, la definición intuitiva de límite.				Estudio independiente: 20 min.	
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo

			¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?																										
2	Apertura																												
	Recupera la definición intuitiva de límite.	Trabajo en plenaria. Mediante una lluvia de ideas, proponen la definición intuitiva de límite.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 5 min.																							
	Desarrollo																												
	Explica el Ejemplo formativo 1.1. Explica el concepto intuitivo del límite mediante un ejemplo numérico.	Trabajo en equipo. Siguen la explicación del Ejemplo de formativa 1.1. Ejemplo formativo 1.1. En la siguiente gráfica de $f(x) = -\frac{x}{2} + 1$, si x se aproxima por la izquierda y por la derecha a -2, ¿a qué valor se aproxima $f(x)$? Cuando x se aproxima a -2 por la izquierda, $f(x)$ se aproxima a 2. <table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>-2.1</td><td>2.05</td></tr><tr><td>-2.01</td><td>2.005</td></tr><tr><td>-2.001</td><td>2.0005</td></tr><tr><td>-2.0001</td><td>2.00005</td></tr><tr><td>-2.00001</td><td>2.000005</td></tr></table>  Cuando x se aproxima a -2 por la derecha, $f(x)$ se aproxima a 2. <table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>-1.9</td><td>1.95</td></tr><tr><td>-1.99</td><td>1.995</td></tr><tr><td>-1.999</td><td>1.9995</td></tr><tr><td>-1.9999</td><td>1.99995</td></tr><tr><td>-1.99999</td><td>1.999995</td></tr></table> Cuando x se aproxima a -2 tanto por la izquierda como por la derecha, el valor al que se aproxima $f(x)$ coincide con la imagen de la función $f(-2) = 2$. Es decir, el límite de $f(x)$ cuando x se aproxima a -2, es 2. Y se denota como $\lim_{x \rightarrow -2} \left(-\frac{x}{2} + 1\right) = 2$.	x	$f(x)$	-2.1	2.05	-2.01	2.005	-2.001	2.0005	-2.0001	2.00005	-2.00001	2.000005	x	$f(x)$	-1.9	1.95	-1.99	1.995	-1.999	1.9995	-1.9999	1.99995	-1.99999	1.999995	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase
x	$f(x)$																												
-2.1	2.05																												
-2.01	2.005																												
-2.001	2.0005																												
-2.0001	2.00005																												
-2.00001	2.000005																												
x	$f(x)$																												
-1.9	1.95																												
-1.99	1.995																												
-1.999	1.9995																												
-1.9999	1.99995																												
-1.99999	1.999995																												
Explica el Ejemplo formativo 1.2.	Trabajo en equipo: Siguen la explicación del Ejemplo de formativa 1.2. En la siguiente gráfica $g(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x - 2}$, si x se aproxima por la izquierda y por la derecha a 2, ¿a qué valor se aproxima $g(x)$? Cuando x se aproxima a 2 por la izquierda, $g(x)$ se aproxima a -3. <table><tr><th>x</th><th>$g(x)$</th></tr><tr><td>1.9</td><td>-2.61</td></tr><tr><td>1.99</td><td>-2.9601</td></tr><tr><td>1.999</td><td>-2.996001</td></tr><tr><td>1.9999</td><td>-2.99960001</td></tr><tr><td>1.99999</td><td>-2.9999600001</td></tr></table>  Cuando x se aproxima a 2 por la derecha, $g(x)$ se aproxima a -3. <table><tr><th>x</th><th>$g(x)$</th></tr><tr><td>2.1</td><td>-3.41</td></tr><tr><td>2.01</td><td>-3.0401</td></tr><tr><td>2.001</td><td>-3.004001</td></tr><tr><td>2.0001</td><td>-3.00040001</td></tr><tr><td>2.00001</td><td>-3.0000400001</td></tr></table> En la gráfica anterior, se observa que $g(2)$ no está definida (tiene un hueco en $x = 2$), sin embargo, cuando x se aproxima a 2 tanto por la izquierda como por la derecha, $g(x)$ se aproxima a -3. Es decir, el límite de $g(x)$ cuando x se aproxima a 2, es -3. Se denota como $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x - 2}\right) = -3$.	x	$g(x)$	1.9	-2.61	1.99	-2.9601	1.999	-2.996001	1.9999	-2.99960001	1.99999	-2.9999600001	x	$g(x)$	2.1	-3.41	2.01	-3.0401	2.001	-3.004001	2.0001	-3.00040001	2.00001	-3.0000400001				
x	$g(x)$																												
1.9	-2.61																												
1.99	-2.9601																												
1.999	-2.996001																												
1.9999	-2.99960001																												
1.99999	-2.9999600001																												
x	$g(x)$																												
2.1	-3.41																												
2.01	-3.0401																												
2.001	-3.004001																												
2.0001	-3.00040001																												
2.00001	-3.0000400001																												

UAP

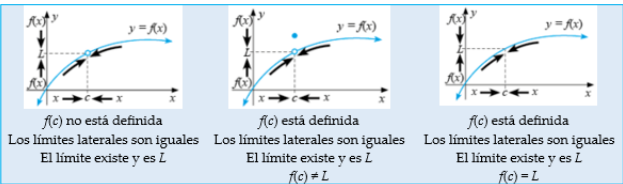
Docente

	Explica el <i>Ejemplo formativo 1.3.</i> Trabajo en equipo: Siguen la explicación del <i>Ejemplo de formativo 1.3.</i> En la función $h(x) = \begin{cases} -(-x + 1)^2 + 1, & x < 1 \\ (x - 2)^2 + 3, & x > 1 \end{cases}$, si x se aproxima por la izquierda y por la derecha a 1, ¿a qué valor se aproxima $h(x)$? Cuando x se aproxima a 1 por la izquierda, $h(x)$ se aproxima a 1. Cuando x se aproxima a 1, $h(x)$ no se aproxima a ningún valor. Cuando x se aproxima a 1 por la derecha, $h(x)$ se aproxima a 2. <table><tr><th>x</th><th>$h(x)$</th></tr><tr><td>0.9</td><td>-2.61</td></tr><tr><td>0.99</td><td>-2.9601</td></tr><tr><td>0.999</td><td>-2.996001</td></tr><tr><td>0.9999</td><td>-2.99960001</td></tr></table><table><tr><th>x</th><th>$h(x)$</th></tr><tr><td>1.1</td><td>-3.41</td></tr><tr><td>1.01</td><td>-3.0401</td></tr><tr><td>1.001</td><td>-3.004001</td></tr><tr><td>1.0001</td><td>-3.00040001</td></tr></table> En la gráfica anterior, se observa que $h(1)$ no está definida y tiene un salto finito en $x = 1$, además, cuando x se aproxima a 1 tanto por la izquierda como por la derecha, $h(x)$ no se aproxima a un mismo valor. Por lo tanto, el límite no existe.	x	$h(x)$	0.9	-2.61	0.99	-2.9601	0.999	-2.996001	0.9999	-2.99960001	x	$h(x)$	1.1	-3.41	1.01	-3.0401	1.001	-3.004001	1.0001	-3.00040001					
x	$h(x)$																									
0.9	-2.61																									
0.99	-2.9601																									
0.999	-2.996001																									
0.9999	-2.99960001																									
x	$h(x)$																									
1.1	-3.41																									
1.01	-3.0401																									
1.001	-3.004001																									
1.0001	-3.00040001																									
Cierre																										
	Recapitula sobre la definición intuitiva del límite.	Trabajo en plenaria: Comparten sus áreas de oportunidad y se autoevalúan con respecto a lo aprendido.	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 10 min.																				
Trabajo extraclase																										
						Estudio independiente: 30 min.																				
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo																				
3	Apertura																									
	Establece la noción intuitiva de límite	Trabajo en plenaria: Comentan sobre la noción intuitiva de límite. Noción intuitiva de límite Si $f(x)$ se hace arbitrariamente próximo al número L al tomar x suficientemente cerca de c, pero diferente a este, tanto por la izquierda como por la derecha de c, entonces el límite de $f(x)$ cuando x se aproxima a c es L. Su notación es: $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ Se lee "$f(x)$ se aproxima a L cuando x se aproxima a c".	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.																				
Desarrollo																										

UAP

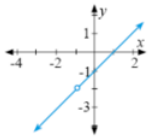
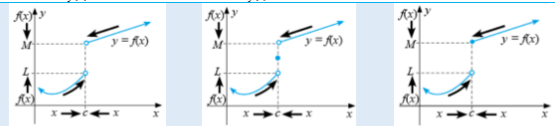
Docente

	Propone realizar la <i>Actividad formativa 1.2.</i>	Trabajo en equipo: Realiza la <i>Actividad formativa 1.2.</i> <i>Actividad formativa 1.2.</i> 1. Si $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$, significa que $f(x)$ _____ L cuando x _____ c. 2. Si $f(x)$ se aproxima a L cuando x se aproxima tanto por la izquierda como por la derecha a c, implica que $f(c) = L$? 3. Si al aproximarse x a c por la izquierda, $f(x)$ se aproxima a L, y al aproximarse x a c por la derecha, $f(x)$ se aproxima a M, $L \neq M$, ¿qué se puede decir sobre $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$? 4. ¿Cuándo cobra importancia el cálculo del límite en un punto de una función?	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 1.2.</i>	Mediación docente: 35 min.
	Cierre					
	Recapitula sobre la definición intuitiva de límite.	Comentan lo aprendido.			Participación	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					
	Propone indagar sobre los límites laterales.	Trabajo individual. Indagan sobre los límites laterales.				

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
4	Apertura					
	Establece la definición de límites laterales.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la definición de límites laterales. Limite por la izquierda $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$ Si los límites laterales L y M son iguales, es decir, $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ Entonces el límite existe $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ Limite por la derecha $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = M$	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Explica la situación 1. Cuando x se aproxima a c , si los límites laterales son iguales el límite de $f(x)$ existe, esté o no definida $f(c)$, y la explica mediante la Actividad formativa 1.3.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la situación 1.  $f(c)$ no está definida Los límites laterales son iguales El límite existe y es L $f(c)$ está definida Los límites laterales son iguales El límite existe y es L $f(c) = L$ $f(c)$ está definida Los límites laterales son iguales El límite existe y es L $f(c) \neq L$ Realizan la Actividad formativa 1.3. Actividad formativa 1.3.	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 1.3 y 1.4.	Mediación docente: 30 min.

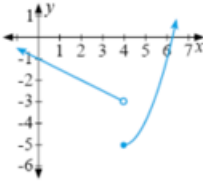
UAP

Docente

	1. Observa la siguiente gráfica, llena las siguientes tablas y calcula el límite de $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$, cuando $x \rightarrow -1$. <table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr></thead><tbody><tr><td>-1.1</td><td></td></tr><tr><td>-1.01</td><td></td></tr><tr><td>-1.001</td><td></td></tr><tr><td>-1.0001</td><td></td></tr><tr><td>-1.00001</td><td></td></tr></tbody></table><table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr></thead><tbody><tr><td>-0.9</td><td></td></tr><tr><td>-0.99</td><td></td></tr><tr><td>-0.999</td><td></td></tr><tr><td>-0.9999</td><td></td></tr><tr><td>-0.99999</td><td></td></tr></tbody></table> $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$ 2. Observa la siguiente gráfica, llena las siguientes tablas y calcula el límite de $g(x) = \begin{cases} x^2 - 2x^2, & x \neq 2 \\ 1, & x = 2 \end{cases}$, cuando $x \rightarrow 2$.	x	$f(x)$	-1.1		-1.01		-1.001		-1.0001		-1.00001		x	$f(x)$	-0.9		-0.99		-0.999		-0.9999		-0.99999					
x	$f(x)$																												
-1.1																													
-1.01																													
-1.001																													
-1.0001																													
-1.00001																													
x	$f(x)$																												
-0.9																													
-0.99																													
-0.999																													
-0.9999																													
-0.99999																													
Explica la situación 2. Cuando x se aproxima a c, si los límites laterales son diferentes el límite de $f(x)$ no existe, esté o no definida $f(c)$, y la explica mediante la Actividad formativa 1.4.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la situación 2.  $f(c)$ no está definida Los límites laterales son diferentes El límite no existe $f(c)$ está definida Los límites laterales son diferentes El límite no existe $f(c)$ está definida Los límites laterales son iguales El límite existe Realizan la Actividad formativa 1.3. Actividad formativa 1.3.																												

UAP

Docente

	1. Observa la siguiente gráfica, llena las siguientes tablas y calcula el $\lim_{x \rightarrow 4} h(x)$ donde $h(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} - 1, & x < 4 \\ x^2 - 8x + 11, & x \geq 4 \end{cases}$ <table><tr><th>x</th><th>h(x)</th></tr><tr><td>3.9</td><td></td></tr><tr><td>3.99</td><td></td></tr><tr><td>3.999</td><td></td></tr><tr><td>3.9999</td><td></td></tr><tr><td>3.99999</td><td></td></tr></table>  <table><tr><th>x</th><th>h(x)</th></tr><tr><td>4.1</td><td></td></tr><tr><td>4.01</td><td></td></tr><tr><td>4.001</td><td></td></tr><tr><td>4.0001</td><td></td></tr><tr><td>4.00001</td><td></td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow 4^-} h(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 4} h(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 4^+} h(x) =$ 2. Observa la siguiente gráfica, llena las siguientes tablas y calcula el $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$, donde $f(x) = \begin{cases} (x + 4)^2, & x < -3 \\ (x + 3)^2 + 4, & x > -3 \\ 1, & x = -3 \end{cases}$	x	h(x)	3.9		3.99		3.999		3.9999		3.99999		x	h(x)	4.1		4.01		4.001		4.0001		4.00001						
x	h(x)																													
3.9																														
3.99																														
3.999																														
3.9999																														
3.99999																														
x	h(x)																													
4.1																														
4.01																														
4.001																														
4.0001																														
4.00001																														
Cierre																														
Recapitula sobre la situación 1 y 2.	Comentan lo aprendido.			Participación	Mediación docente: 15 min.																									
Trabajo extraclase																														
					Estudio independiente: 30 min.																									

UAP Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
5	Apertura					
	Recuerda la definición de límites laterales.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la definición de límites laterales.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					

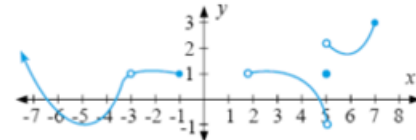
UAP

Docente

	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la situación 3. 1. En el caso de que solo existe el límite por la izquierda. $f(c)$ no está definida El límite por la izquierda es L El límite no existe $f(c)$ está definida El límite por la izquierda es L El límite no existe $f(c)$ está definida El límite por la izquierda es L El límite no existe 2. En el caso de que solo existe el límite por la derecha. $f(c)$ no está definida El límite por la derecha es M El límite no existe $f(c)$ está definida El límite por la derecha es M El límite no existe $f(c)$ está definida El límite por la derecha es M El límite no existe Explica la situación 3. Cuando en la proximidad a un punto solo existe uno de los límites laterales de la función (más adelante se ve el caso de las asíntotas), y la explica mediante la Actividad formativa 1.3. Realizan la Actividad formativa 1.5. 1. Observa la siguiente gráfica, llena la siguiente tabla y calcula el $\lim_{x \rightarrow 5} h(x)$, donde $h(x) = \frac{1}{x} - 2$, para $0 < x \leq 5$. <table><thead><tr><th>x</th><th>$h(x)$</th></tr></thead><tbody><tr><td>4.9</td><td></td></tr><tr><td>4.99</td><td></td></tr><tr><td>4.999</td><td></td></tr><tr><td>4.9999</td><td></td></tr><tr><td>4.99999</td><td></td></tr></tbody></table> $\lim_{x \rightarrow 5} h(x) =$ ¿Se puede calcular el $\lim_{x \rightarrow 5^+} h(x)$? ¿Por qué? En consecuencia, ¿existe el $\lim_{x \rightarrow 5} h(x)$? 2. Como conclusión, si solo _____ el límite por la izquierda, el $\lim_{x \rightarrow c} h(x)$ no _____ esté o no _____ $h(c)$.	x	$h(x)$	4.9		4.99		4.999		4.9999		4.99999		Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 1.5.	Mediación docente: 30 min.
x	$h(x)$																
4.9																	
4.99																	
4.999																	
4.9999																	
4.99999																	
Cierre																	
Recapitula sobre la situación 3.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido.			Participación	Mediación docente: 15 min.												

UAP

Docente

Trabajo extraclase								
Indica realizar la Actividad formativa 1.6	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 1.6. 1. Sea g una función definida por $g(x) = 1$ con $D_g = \{3\}$, calcula $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ si es que existe. 2. Traza una gráfica que represente a una función que satisfaga las siguientes condiciones: a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -2$; $f(1) = 2$. b) $\lim_{x \rightarrow -2} h(x) = 4$; $h(-2) = 6$; $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ no exista; $h(0) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 4^-} h(x) = -3$; $\lim_{x \rightarrow 4^+} h(x)$ no exista. 3. A partir de la gráfica de la derecha, si existe, determina: a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$ c) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) =$ d) $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) =$ e) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$							
								
Estudio independiente: 30 min.								

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
6	Apertura					
	Introduce el cálculo analítico de límites.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo analítico de límites.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Comenta sobre los tipos de comportamientos de la función asociados a la no existencia del límite, así como sus propiedades.	Trabajo en equipo. Comentan sobre los tipos de comportamientos de la función asociados a la no existencia del límite, así como sus propiedades.	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase</i>	Mediación docente: 35 min.
	Explica los Ejemplos formativos 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8 y 1.9.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 1.4 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2x - 1)$ Resolución: $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2x - 1) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 + \lim_{x \rightarrow 0} 2x - \lim_{x \rightarrow 0} 1 \quad \text{Propiedad 4}$ $= \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 2 \lim_{x \rightarrow 0} x - 1 \quad \text{Propiedades 1, 3 y 7}$ $= (0)^2 + 2(0) - 1 \quad \text{Propiedad 2}$ $= -1$				

UAP

Docente

		Ejemplo formativo 1.5 Calcula el $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x \cdot \cos x)$ Resolución: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x \cdot \cos x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \cdot 0 = 0$ Ejemplo formativo 1.6 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 2^x}{\sqrt{x}}$ Resolución: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 2^x}{\sqrt{x}} = \frac{\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x} + 2^x)}{\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x}} = \frac{\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 4} 2^x}{\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 4} x} + 2^4}{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 4} x}} = \frac{\sqrt{4} + 2^4}{\sqrt{4}} = \frac{2 + 16}{2} = \frac{18}{2} = 9$ Ejemplo formativo 1.7 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 1} (\log x + e^x)$ Resolución: $\lim_{x \rightarrow 1} (\log x + e^x) = \lim_{x \rightarrow 1} \log x + \lim_{x \rightarrow 1} e^x = \log 1 + e^1 = 0 + e = e$ Ejemplo formativo 1.8 Calcula el $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{x + 3}$ Resolución: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{x + 3} = \frac{\lim_{x \rightarrow -3} (9 - x^2)}{\lim_{x \rightarrow -3} (x + 3)} = \frac{\lim_{x \rightarrow -3} 9 - \lim_{x \rightarrow -3} x^2}{\lim_{x \rightarrow -3} x + \lim_{x \rightarrow -3} 3} = \frac{9 - (-3)^2}{-3 + 3} = \frac{9 - 9}{-3 + 3} = \frac{0}{0}$ El $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{x + 3}$ da la indeterminación $\frac{0}{0}$, para calcularlo se requiere aplicar el método de factorización para cancelar la indeterminación. Este método se verá más adelante. Ejemplo formativo 1.9 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$ Resolución: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow 4} (x - 4)}{\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x} - 2)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 4} x - \lim_{x \rightarrow 4} 4}{\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} - \lim_{x \rightarrow 4} 2} = \frac{4 - 4}{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 4} x} - 2} = \frac{0}{\sqrt{4} - 2} = \frac{0}{2 - 2} = \frac{0}{0}$				
		Cierre				
	Recapitula sobre el cálculo de límites por sustitución directa	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido.			Participación	Mediación docente: 10 min.
		Trabajo extraclasses				

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
7	Apertura					
	Recuerda las propiedades de los límites.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre las propiedades de los límites.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la Actividad formativa 1.7.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 1.7. Actividad formativa 1.7. 1. Calcula los siguientes límites si existen por sustitución directa. a) $\lim_{x \rightarrow 1/2} (4x^2 + 2x + \frac{1}{3})$ b) $\lim_{x \rightarrow -5} \sqrt{-1-x}$ c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 8}{x-1}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x-9}}{x-4}$ e) $\lim_{t \rightarrow 4} \sqrt{5t^3 - 10t + 9}$ f) $\lim_{s \rightarrow 2} (s-2) \left(\frac{s}{2} + \frac{1}{2} \right)$ g) $\lim_{r \rightarrow 2} (4-r) \sqrt[3]{30-r}$ h) $\lim_{w \rightarrow 0} \frac{e^w + 2}{w-1}$ i) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\cos^2 x}{\sqrt{2}}$ j) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 + a}{x+a}$ k) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3x+1}{\sqrt{2-x}}$ l) $\lim_{t \rightarrow 0} (5t+4)^3$ m) $\lim_{x \rightarrow -1} (5^x + 2x)$ n) $\lim_{r \rightarrow e} (3 \ln r + r)$ ñ) $\lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{1}{x-6} + \frac{1}{-6+x} \right)$ o) $\lim_{x \rightarrow -5} \sqrt[3]{\left(\frac{x}{x^2+5} \right)^2}$ p) $\lim_{x \rightarrow 4/3} \frac{3x^2 + x - 4}{3x^2 + 10x + 8}$ q) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 1.7	Mediación docente: 35 min.
	Cierre					
	Recapitula sobre el cálculo de límites por sustitución directa.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites por sustitución directa.			Participación	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
8	Apertura					
	Recuerda el Ejemplo formativo 1.8 sobre límites indeterminados.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los límites indeterminados.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Explica los Ejemplos formativos 1.10, 1.11, 1.12 y 1.13.	Trabajo en plenaria. Realizan los Ejemplos formativos 1.10, 1.11, 1.12 y 1.13. Ejemplo formativo 1.10 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - \lim_{x \rightarrow 2} 4}{\lim_{x \rightarrow 2} x - \lim_{x \rightarrow 2} 2} = \frac{2^2 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0}$ Aplica la factorización para cancelar la indeterminación. Factorizar la diferencia de cuadrados $x^2 - 4$ es un factor cero porque $2 - 2 = 0$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = \lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} 2 = 2 + 2 = 4$ $x - 2$ es un factor cero porque $2 - 2 = 0$	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 35 min.

UAP

Docente

Ejemplo formativo 1.11

Calcula el $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3+x}{27+x^3}$

Resolución:

Aplica sustitución directa.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3+x}{27+x^3} = \frac{\lim_{x \rightarrow -3} 3 + \lim_{x \rightarrow -3} x}{\lim_{x \rightarrow -3} 27 + \lim_{x \rightarrow -3} x^3} = \frac{\lim_{x \rightarrow -3} 3 + \lim_{x \rightarrow -3} x}{\lim_{x \rightarrow -3} 27 + \lim_{x \rightarrow -3} x^3} = \frac{3 + (-3)}{27 + (-3)^3} = \frac{3-3}{27-27} = \frac{0}{0}$$

Aplica la factorización para cancelar la indeterminación.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3+x}{27+x^3} &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3+x}{(3+x)(9-3x+x^2)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{9-3x+x^2} = \frac{\lim_{x \rightarrow -3} 1}{\lim_{x \rightarrow -3} (9-3x+x^2)} \\ &= \frac{1}{\lim_{x \rightarrow -3} 9 - \lim_{x \rightarrow -3} 3x + \lim_{x \rightarrow -3} x^2} = \frac{1}{9-3(-3)+(-3)^2} = \frac{1}{27} \end{aligned}$$

Ejemplo formativo 1.12

Calcula el $\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} \frac{3x^2+x-4}{3x^2+10x+8}$

Resolución:

Aplica sustitución directa.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} \frac{3x^2+x-4}{3x^2+10x+8} &= \frac{\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} (3x^2+x-4)}{\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} (3x^2+10x+8)} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} (3x^2) + \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} x - \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} 4}{\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} (3x^2) + \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} 10x + \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} 8} \\ &= \frac{3\left(-\frac{4}{3}\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}\right) - 4}{3\left(-\frac{4}{3}\right)^2 + 10\left(-\frac{4}{3}\right) + 8} = \frac{\frac{16}{3} - \frac{4}{3} - 4}{\frac{16}{3} - \frac{40}{3} + 8} = \frac{4-4}{-8+8} = \frac{0}{0} \end{aligned}$$

Aplica la factorización para cancelar la indeterminación.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} \frac{3x^2+x-4}{3x^2+10x+8} &= \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} \frac{(3x+4)(x-1)}{(3x+4)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} \frac{x-1}{x+2} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} (x-1)}{\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} (x+2)} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} x - \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} 1}{\lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} x + \lim_{x \rightarrow -\frac{4}{3}} 2} = \frac{-\frac{4}{3} - 1}{-\frac{4}{3} + 2} = \frac{-\frac{4}{3} - \frac{3}{3}}{-\frac{4}{3} + \frac{6}{3}} = \frac{-\frac{7}{3}}{\frac{2}{3}} = -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 1.13 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3 - 1}{x}$ Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3 - 1}{x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} ((x+1)^3 - 1)}{\lim_{x \rightarrow 0} x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)^3 - \lim_{x \rightarrow 0} 1}{\lim_{x \rightarrow 0} x} = \frac{\left(\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)\right)^3 - 1}{0}$ $= \frac{\left(\lim_{x \rightarrow 0} x + \lim_{x \rightarrow 0} 1\right)^3 - 1}{0} = \frac{(0+1)^3 - 1}{0} = \frac{(1)^3 - 1}{0} = \frac{1 - 1}{0} = \frac{0}{0}$ Desarrolla, simplifica y factoriza $(x+1)^3 - 1$ $(x+1)^3 - 1 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 1 = x^3 + 3x^2 + 3x = x(x^2 + 3x + 3)$ Aplica la factorización para cancelar la indeterminación. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x}(x^2 + 3x + 3)}{\cancel{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 3x + 3) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 + \lim_{x \rightarrow 0} 3x + \lim_{x \rightarrow 0} 3$ $= 0^2 + 3(0) + 3 = 3$				
Cierre					
Recapitula sobre el cálculo de límites por factorización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites por factorización.			Participación	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
9	Apertura					
	Recuerda el cálculo de límites por factorización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los límites por factorización.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la Actividad formativa 1.8.	Trabajo en plenaria. Realizan la Actividad formativa 1.8.	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 1.8	Mediación docente: 35 min.

UAP

Docente

		Actividad formativa 1.8 Calcula los siguientes límites aplicando primero la sustitución directa y luego la factorización para cancelar la indeterminación. 1. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x - 3}$ Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x - 3} =$ Aplica la factorización para cancelar la indeterminación. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x - 3} =$ 2. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2 - x}{x}$ Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2 - x}{x} =$ Aplica la factorización para cancelar la indeterminación. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2 - x}{x} =$ 3. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 5x^2 - 2x - 5}{x - 1}$ Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 5x^2 - 2x - 5}{x - 1} =$ Aplica la factorización para cancelar la indeterminación.				
		Cierre				
	Recapitula sobre el cálculo de límites por factorización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites por factorización.			Participación	Mediación docente: 10 min.
		Trabajo extraclase				

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
10-11	Apertura					
	Recuerda el cálculo de límites por factorización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los límites por factorización.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la Actividad formativa 1.9.	Trabajo en plenaria. Realizan la Actividad formativa 1.9. 1. Calcula los siguientes límites si existen, y verifica el resultado en la representación gráfica. a) $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{t^2-1}$ b) $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^2-5s-14}{s^2-4}$ c) $\lim_{r \rightarrow 4} \frac{r^2+4r-32}{r^2-6r+8}$ d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4+2x^2}{x+2}$ e) $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^2-2t+1}{t^3-1}$ f) $\lim_{s \rightarrow 3} \frac{s^2-9}{s^2-5s+6}$ g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x-3}$ h) $\lim_{x \rightarrow 3/2} \frac{8x+12}{64x^2-144}$ i) $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s^2-4s}$ j) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^3-t^2}{t^2}$ k) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan x}{\sin x}$ l) $\lim_{x \rightarrow 5\pi/2} \frac{\cot x}{\cos x}$ m) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos^2 x + 2 \cos x + 1}{\cos x + 1}$ n) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5+x^4+x^3+x^2+x-5}{x-1}$ ñ) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+x^2-21x-45}{x^3+7x^2+15x+9}$ o) $\lim_{r \rightarrow 2} \left(\frac{r^4-16}{r^2-4} + \frac{r^2-4}{r-2} \right)$ p) $\lim_{s \rightarrow 2} \left(\frac{s^4-16}{s^2-4} \right) \left(\frac{s^2+s-6}{s^2-7s+10} \right)$ q) $\lim_{t \rightarrow 1/2} \frac{4t^2+4t-3}{4t^2-1}$	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 1.9	Mediación docente: 35 min.
Cierre						
	Recapitula sobre el cálculo de límites por factorización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites por factorización.			Participación	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extracalse					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
12	Apertura					
	Recuerda el cálculo de límites del Ejemplo formativo 1.9	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los límites por racionalización.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Explica como racionalizar el numerador o denominador de una expresión algebraica.	Trabajo en plenaria. Racionalizan el numerador o denominador de una expresión algebraica.				
	Explica los Ejemplos formativos 1.14 y 1.15.	Trabajo en plenaria. Realizan el Ejemplo formativo 1.14 y el 1.15 . Ejemplo formativo 1.14 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$. Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} - 1)}{\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x} - \lim_{x \rightarrow 1} 1}{\lim_{x \rightarrow 1} x - \lim_{x \rightarrow 1} 1} = \frac{\sqrt{1} - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$ Aplica la multiplicación por 1 para cancelar la indeterminación. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \right) \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{x} - 1}{(\cancel{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ $= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 1}{\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} + 1)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 1}{\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 1} 1} = \frac{1}{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 1} x} + 1} = \frac{1}{\sqrt{1} + 1} = \frac{1}{2}$	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 35 min.

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 1.15 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$. Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} = \frac{\lim_{x \rightarrow 9} (x-9)}{\lim_{x \rightarrow 9} (\sqrt{x}-3)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 9} x - \lim_{x \rightarrow 9} 9}{\lim_{x \rightarrow 9} \sqrt{x} - \lim_{x \rightarrow 9} 3} = \frac{9-9}{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 9} x} - 3} = \frac{0}{3-3} = \frac{0}{0}$ Aplica la multiplicación por 1 para cancelar la indeterminación. $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} &= \lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{x-9}{\sqrt{x}-3} \right) \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} \right) = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(x-9)(\sqrt{x}+3)}{x-9} = \lim_{x \rightarrow 9} (\sqrt{x}+3) \\ &= \lim_{x \rightarrow 9} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 9} 3 = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 9} x} + 3 = 3 + 3 = 6 \end{aligned}$				
Cierre					
Recapitula sobre el cálculo de límites por racionalización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites por racionalización.			Participación	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase					

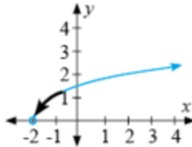
UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
13	Apertura					
	Recuerda la racionalización del numerador o denominador de una expresión algebraica.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los límites por racionalización.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
13	Explica los Ejemplos formativos 1.16 y 1.17.	Trabajo en plenaria. Realizan el Ejemplo formativo 1.16 y el 1.17. Ejemplo formativo 1.16 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}$. Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sqrt{x+1})}{\lim_{x \rightarrow 0} x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1 - \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x+1}}{\lim_{x \rightarrow 0} x} = \frac{1 - \sqrt{\lim_{x \rightarrow 0} x + \lim_{x \rightarrow 0} 1}}{0} = \frac{1 - \sqrt{0+1}}{0} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0}$ Aplica la multiplicación por 1 para cancelar la indeterminación. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{x+1}}{x} \right) \left(\frac{1 + \sqrt{x+1}}{1 + \sqrt{x+1}} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (x+1)}{x(1 + \sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(1 + \sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{1 + \sqrt{x+1}} = \frac{-1}{1 + \sqrt{0+1}} = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2}$				
			Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 35 min.

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 1.17 Calcula el $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+2}}$ Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+2}} = \frac{\lim_{x \rightarrow -2} (x+2)}{\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x+2}} = \frac{\lim_{x \rightarrow -2} x + \lim_{x \rightarrow -2} 2}{\sqrt{\lim_{x \rightarrow -2} x + \lim_{x \rightarrow -2} 2}} = \frac{-2+2}{\sqrt{-2+2}} = \frac{0}{\sqrt{0}} = \frac{0}{0}$ Aplica la multiplicación por 1 para cancelar la indeterminación. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x+2}{\sqrt{x+2}} \right) \left(\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)\sqrt{x+2}}{x+2}$ $= \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x+2} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -2} x + \lim_{x \rightarrow -2} 2} = \sqrt{-2+2} = 0$  Observa en la gráfica de la derecha el dominio de $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x+2}}$; no hay valores para aproximarse a -2 por la izquierda! En consecuencia, el $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+2}}$ no existe. Solo existe el $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+2}{\sqrt{x+2}}$. Como resultado de lo anterior, antes de calcular un límite, es recomendable explorar el dominio de la función y su representación gráfica.					
Cierre						
Recapitula sobre el cálculo de límites por racionalización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites por racionalización.				Participación	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase						

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
14	Apertura					
	Recuerda la racionalización del numerador o denominador de una expresión algebraica.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los límites por racionalización.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					

UAP

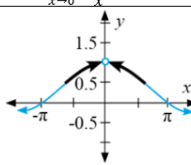
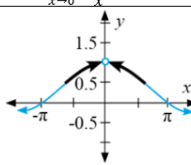
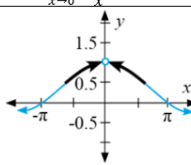
Docente

	Indica realizar la Actividad formativa 1.10.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 1.10. Actividad formativa 1.10 Calcula los siguientes límites aplicando primero la sustitución directa y luego la multiplicación por 1 a conveniencia para cancelar la indeterminación. 1. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+x} - \sqrt{5}}{x}$. Resolución: Aplica sustitución directa. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+x} - \sqrt{5}}{x} =$ Aplica la multiplicación por 1 para cancelar la indeterminación. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+x} - \sqrt{5}}{x} =$ 2. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$. Resolución: Aplica sustitución directa. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}} =$ Aplica la multiplicación por 1 para cancelar la indeterminación. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}} =$ 3. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{1-\sqrt{3x-2}}$. Resolución: Aplica sustitución directa. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{1-\sqrt{3x-2}} =$ Aplica la multiplicación por 1 para cancelar la indeterminación. Calcula el $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{1-\sqrt{3x-2}} =$	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 1.10.	Mediación docente: 35 min.
Cierre						
	Recapitula sobre el cálculo de límites por racionalización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites por racionalización.			Participación	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase						

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
15-16	Apertura					
	Pregunta dudas sobre el cálculo de límites por racionalización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los límites por racionalización.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la Actividad formativa 1.11.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 1.11. Actividad formativa 1.11 1. Cuando x se aproxima a c , ¿el límite de $f(x)$ es igual a $f(c)$? 2. Cuando c no está en el dominio de f , ¿el límite de $f(x)$ existe? 3. Cuando c está en el dominio de f y $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$, ¿ $f(c) = L$? 4. Calcula los siguientes límites si existen. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$ b) $\lim_{t \rightarrow 25} \frac{\sqrt{t} - 5}{t - 25}$ c) $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{2 - \sqrt{4 - s}}$ d) $\lim_{r \rightarrow 5} \frac{\sqrt{r^2 - 9} - 4}{r - 5}$ e) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{4 - \sqrt{x}}{16x - x^2}$ f) $\lim_{t \rightarrow 4} \frac{\sqrt{t} - 2}{t^2 - 16}$ g) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t^2 + 4} - 2}{t^2}$ h) $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4s + 1} - 3}{s - 2}$ i) $\lim_{s \rightarrow 4} \frac{s - \sqrt{3s + 4}}{4 - s}$ j) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + h} - \sqrt{x}}{h}$ k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{x}$ l) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6 - x} - 2}{\sqrt{3 - x} - 1}$ m) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{\sqrt{1 + t} - 1}$ n) $\lim_{s \rightarrow 3} \frac{s - 3}{\sqrt{s - 2} - \sqrt{4 - s}}$ ñ) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x + 5} - 3}{x - 4}$ o) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a + t} - \sqrt{a - t}}{\sqrt{b + t} - \sqrt{b - t}}$	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 1.11.	Mediación docente: 35 min.
	Cierre					
	Recapitula sobre el cálculo de límites por racionalización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites por racionalización.			Participación	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo																										
17	Apertura																															
	Introduce el tema de límites trigonométricos especiales.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los límites trigonométricos.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.																										
	Desarrollo																															
	Explica los Ejemplos formativos 1.16, 1.17, 1.18 y 1.19.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor sobre los Ejemplos formativos 1.16, 1.17, 1.18 y 1.19. Ejemplo formativo 1.16 Verificar mediante métodos gráficos y numéricos que el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (no es una demostración formal). Resolución: <table><tr><td colspan="2">$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} = 1$</td><td>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$</td><td colspan="2">$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$</td></tr><tr><td>x</td><td>$\frac{\sin x}{x}$</td><td rowspan="5"></td><td>x</td><td>$\frac{\sin x}{x}$</td></tr><tr><td>-0.1</td><td>0.99833417</td><td>0.1</td><td>0.99833417</td></tr><tr><td>-0.01</td><td>0.99998333</td><td>0.01</td><td>0.99998333</td></tr><tr><td>-0.001</td><td>0.99999983</td><td>0.001</td><td>0.99999983</td></tr><tr><td>-0.0001</td><td>0.99999999</td><td>0.0001</td><td>0.99999999</td></tr></table> Dado que los límites laterales son iguales a 1, entonces el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.	$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} = 1$		$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$		x	$\frac{\sin x}{x}$		x	$\frac{\sin x}{x}$	-0.1	0.99833417	0.1	0.99833417	-0.01	0.99998333	0.01	0.99998333	-0.001	0.99999983	0.001	0.99999983	-0.0001	0.99999999	0.0001	0.99999999	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase.	Mediación docente: 35 min.
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} = 1$		$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$																													
x	$\frac{\sin x}{x}$		x	$\frac{\sin x}{x}$																												
-0.1	0.99833417		0.1	0.99833417																												
-0.01	0.99998333		0.01	0.99998333																												
-0.001	0.99999983		0.001	0.99999983																												
-0.0001	0.99999999		0.0001	0.99999999																												

UAP

Docente

		Ejemplo formativo 1.17 Demostrar que el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$. Resolución: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{x} \right) \left(\frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x(1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x(1 + \cos x)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 1 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \sin x}{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)} = \frac{\sin 0}{1 + \cos 0} = \frac{0}{2} = 0$ Por lo tanto $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$. Ejemplo formativo 1.18 Calcula el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$. Resolución: Aplica sustitución directa. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x}{\lim_{x \rightarrow 0} x} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0}$ Aplica los límites trigonométricos especiales para cancelar la indeterminación $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \left(\frac{3}{3} \right) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} = 3 \cdot 1 = 3$				
Cierre						
Recapitula sobre el cálculo de límites trigonométricos especiales.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites trigonométricos especiales.				Participación	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase						

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
18	Apertura					
	Pregunta dudas sobre el cálculo de los límites trigonométricos especiales.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los límites trigonométricos.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la Actividad formativa 1.12	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 1.12. Actividad formativa 1.12 1. Calcula los siguientes límites si existen. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 4x}$ b) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{6t}{\sin 7t}$ c) $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3s}{s}$ d) $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{4 \tan^2 r}{r^2}$ e) $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 - \cos 3s}$ f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{2x^2}$ g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 4x}$ h) $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sin r - r}{2r}$ i) $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{\sin(t-2)}{4t-8}$ j) $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\tan s - \sin s}{s^3}$ k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\cos x - 1}$ l) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \sec t}{t^2 \sec t}$	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 1.12.	Mediación docente: 35 min.
Cierre						
	Recapitula sobre el cálculo de límites trigonométricos especiales.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites trigonométricos especiales.			Participación	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase						

UAP

Docente

Indica realizar la **Actividad formativa 1.13**

Trabajo en equipo. Realizan la **Actividad formativa 1.13**.

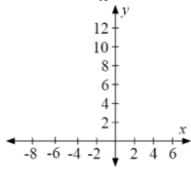
Actividad formativa 1.13

A HCF1102, A 03/04/2015, 12/04/2015.

1. Verifica mediante métodos gráficos y numéricos que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ (no es una demostración formal).

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x} =$$

x	$\frac{e^x - 1}{x}$
-0.1	
-0.01	
-0.001	
-0.0001	
-0.00001	
-0.000001	

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} =$$


$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x} =$$

x	$\frac{e^x - 1}{x}$
0.1	
0.01	
0.001	
0.0001	
0.00001	
0.000001	

Dado que los límites laterales son iguales a 1, el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

2. Verifica mediante métodos gráficos y numéricos que $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e$ (no es una demostración formal).

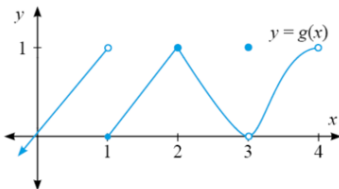
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (1 + x)^{1/x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + x)^{1/x} =$$

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
18	Apertura					
	Recapitula sobre el cálculo de límites	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites.	Diagnóstica-formativa / Autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la Evaluación formativa 1.1.	Trabajo en equipo. Realizan la Evaluación formativa 1.1. Evaluación formativa 1.1 1. Grafica las siguientes funciones y determina su dominio y rango. a) $f(x) = (x+3)^3 - 2$ b) $g(x) = \sqrt{x-3} + 2$ c) $h(x) = 1 - \ln x$ 2. Calcula los siguientes límites. a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}{x - a}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-2 }{x^2 + x - 6}$ c) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{1-x^2}$ 3. A partir de la siguiente gráfica de $g(x)$ determina los siguientes límites.  a) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) =$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) =$ c) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) =$ d) $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) =$ 4. <u>Determina los siguientes límites.</u> a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x + 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$ c) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 3x - 10}{2x^2 - 15x + 25}$ d) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{x}-\sqrt{5}}$ e) $\lim_{x \rightarrow 13} \frac{\sqrt{x-4}-3}{x-13}$ f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$	Formativa / Autoevaluación y coevaluación	Observación/ Guía de observación	Evaluación formativa 1.1.	Mediación docente: 35 min.
Cierre						

UAP

Docente

	Recapitula sobre el cálculo de límites trigonométricos especiales.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el cálculo de límites trigonométricos especiales.			Participación	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					

UAP

Docente

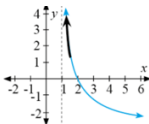
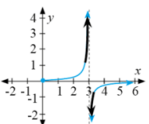
Progresión de aprendizaje 2. Límites infinitos y límites en el infinito

UAC	Cálculo I	Fecha	Núm. de sesiones	5
Progresión 2	Evalúa el comportamiento de funciones en situaciones de límites infinitos y límites en el infinito, interpretando sus implicaciones en el contexto de problemas.			
Categoría	Subcategorías	Aprendizaje de trayectoria	Metas de aprendizaje	
C1 Procedural	S3 Elementos variacionales	Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.	M2-C1 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	
C2 Procesos de Intuición y Razonamiento	S2 Pensamiento intuitivo S3 Pensamiento formal	Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).	M3-C2 Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	
C4 Interacción y lenguaje matemático	S2 Negociación de significados	Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.	M1-C4 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
1	Apertura					
	Indica leer la progresión de aprendizaje 2 para llevar a cabo la identificación de metas de aprendizaje a lograr.	Trabajo individual. Realiza la lectura de la progresión de aprendizaje 2 e identifica las metas de aprendizaje a lograr.				Mediación docente: 10 min.
	Resalta la importancia de comprender la definición de un concepto matemático.	Trabajo individual. Realiza la <i>Evaluación diagnóstica 2.1.</i>	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Evaluación diagnóstica 2.1.</i>	

UAP

Docente

		Evaluación diagnóstica 2.1 Selecciona la respuesta correcta en cada reactivo. 1. Simplifica la expresión $\frac{a^7}{a^3}$. a) a^{10} b) a^4 c) a^3 d) a 2. La función $f(x) = x^2 + 3x - 1$ es una función polinomial. a) Verdadero b) Falso 3. La función $g(x) = \frac{2x-1}{3x^2 - 2x + 3}$ es una función irracional. a) Verdadero b) Falso 4. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta sobre el símbolo ∞ en matemáticas? a) ∞ representa un número real muy grande. b) ∞ es un concepto que indica un valor sin límite. c) ∞ es el valor máximo que un número real puede alcanzar. d) ∞ es un número finito utilizado en cálculos precisos. 5. Calcula el límite $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 16}{x - 4}$. a) 4 b) 0 c) -4 d) No existe				
Desarrollo						
	Introduce el concepto de límite infinito y el de asíntota vertical.	Trabajo en plenaria. Expresan lo que saben sobre el límite infinito y el de asíntota vertical.				
	Explica el Ejemplo formativo 2.1 enfatizando el uso de la representación gráfica para identificar asíntotas verticales. Retroalimenta dudas, orienta el trabajo en equipo y fomenta el intercambio de resultados.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del Ejemplo formativo 2.1. Ejemplo formativo 2.1 Determina el $\lim_{x \rightarrow 1^+} \log_2(x - 1)$. De la gráfica de la derecha, cuando $x \rightarrow 1^+$, $f(x) \rightarrow +\infty$. Por lo que $x = 1$ es una asíntota vertical de f. En consecuencia, el $\lim_{x \rightarrow 1^+} \log_2(x - 1) = +\infty$. 				
	Indica realizar la Actividad formativa 2.1	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 2.1 Actividad formativa 2.1 1. Determina los siguientes límites. a) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x}}{9 - x^2}$. Resolución: De la gráfica de la derecha, cuando $x \rightarrow 3^-$, $g(x) \rightarrow +\infty$. Por lo que $x = 3$ es una asíntota de g. En consecuencia $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x}}{9 - x^2} = +\infty$. b) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x}}{9 - x^2}$. Resolución: De la gráfica anterior, cuando $x \rightarrow 3^+$, $g(x) \rightarrow -\infty$. Por lo que $x = 3$ es una asíntota de g. En consecuencia $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x}}{9 - x^2} = -\infty$. 	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase Actividad formativa 2.1 y 2.2	Mediación docente: 30 min.

UAP

Docente

Indica realizar la Actividad formativa 2.2	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 2.2 <i>Actividad formativa 2.2</i> 1. Determina los siguientes límites. a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x+1}{x^2+x-2}$. Resolución: De la gráfica de la derecha, cuando $x \rightarrow ______$, $h(x) \rightarrow ______$. Por lo que $x = ______$ es una asíntota $______$ de la gráfica de $______$. En consecuencia, el $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x+1}{x^2+x-2} = ______$. b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3x+1}{x^2+x-2}$. Resolución: De la gráfica anterior, cuando $x \rightarrow ______$, $h(x) \rightarrow ______$. Por lo que $x = ______$ es una asíntota $______$ de la gráfica de $______$. En consecuencia, $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3x+1}{x^2+x-2} = ______$. c) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x+1}{x^2+x-2}$. Resolución: De la gráfica anterior, cuando $x \rightarrow ______$, $h(x) \rightarrow ______$. Por lo que $x = ______$ es una asíntota $______$ de la gráfica de $______$. En consecuencia, $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x+1}{x^2+x-2} = ______$. d) Determina el límite $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x+1}{x^2+x-2}$. Resolución: De la gráfica anterior, cuando $x \rightarrow ______$, $h(x) \rightarrow ______$. Por lo que $x = ______$ es una asíntota $______$ de la gráfica de $______$. En consecuencia, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x+1}{x^2+x-2} = ______$.				
Cierre					
Recapitula sobre el cálculo de límites infinitos para identificar asíntotas verticales, enfatizando el uso de la representación gráfica.	Trabajo en plenaria: Intercambian opiniones sobre el cálculo de límites infinitos para identificar asíntotas verticales.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo															
2	Apertura																				
	Recapitula sobre el cálculo de límites infinitos para identificar asíntotas verticales, haciendo énfasis en métodos numéricos.	Trabajo en plenaria: Exponen lo indagado sobre la recta secante y la recta tangente a una curva.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.															
	Desarrollo																				
	Explica el Ejemplo formativo 2.2	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del Ejemplo formativo 2.2 Ejemplo formativo 2.2 Determina el comportamiento de la función $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$ cuando $x \rightarrow 3$ por la izquierda y derecha. Resolución: Aplica sustitución directa: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x^2-9} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x+3)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2-9)} = \frac{3+3}{3^2-9} = \frac{6}{0}$ Ahora, aplica métodos numéricos para explorar el comportamiento de la función f en $x = 3$. <table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>2.999</td><td>-1000</td></tr><tr><td>2.9999</td><td>-10000</td></tr><tr><td>2.99999</td><td>-100000</td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+3}{x^2-9} = -\infty$ La función f decrece indefinidamente por la izquierda de la asíntota $x = 3$, y crece indefinidamente por la derecha. Esto significa que en $x = 3$ hay una asíntota vertical. <table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>3.001</td><td>1000</td></tr><tr><td>3.0001</td><td>10000</td></tr><tr><td>3.00001</td><td>100000</td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+3}{x^2-9} = +\infty$	x	$f(x)$	2.999	-1000	2.9999	-10000	2.99999	-100000	x	$f(x)$	3.001	1000	3.0001	10000	3.00001	100000	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 2.3.
x	$f(x)$																				
2.999	-1000																				
2.9999	-10000																				
2.99999	-100000																				
x	$f(x)$																				
3.001	1000																				
3.0001	10000																				
3.00001	100000																				
Indica realizar la Actividad formativa 2.3 y retroalimenta el proceso de reducción de expresiones algebraicas.	Trabajo en equipo: Realiza la Actividad formativa 2.3.																				

UAP

Docente

	Actividad formativa 2.3 1. Determina el comportamiento de la función $f(x) = -\frac{3x+7}{2x+5}$ cuando $x \rightarrow -\frac{5}{2}$ por la izquierda y por la derecha. Resolución Aplica sustitución directa: $\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}} \left(-\frac{3x+7}{2x+5}\right) =$ Ahora, aplica métodos numéricos para explorar el comportamiento de la función en $x \rightarrow -\frac{5}{2}$. <u>Límite por la izquierda</u> <table><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr><tr><td>-2.501</td><td></td></tr><tr><td>-2.5001</td><td></td></tr><tr><td>-2.50001</td><td></td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}} \left(-\frac{3x+7}{2x+5}\right) =$ La función f _____ _____ _____ _____ <u>Límite por la derecha</u> <table><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr><tr><td>3.001</td><td></td></tr><tr><td>3.0001</td><td></td></tr><tr><td>3.00001</td><td></td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}} \left(-\frac{3x+7}{2x+5}\right) =$ Lo anterior significa que cuando $x \rightarrow -\frac{5}{2}$, en f(x) hay una asíntota _____. 2. Determina el comportamiento de la función $f(x) = \frac{1}{(x+1)^4}$ cuando $x \rightarrow -1$ por la izquierda y por la derecha. Resolución Aplica sustitución directa: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{(x+1)^4} =$ _____. Ahora, aplica métodos numéricos para explorar el comportamiento de la función en $x \rightarrow -1$. <u>Límite por la izquierda</u> <table><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr><tr><td>-1.001</td><td></td></tr><tr><td>-1.0001</td><td></td></tr><tr><td>-1.00001</td><td></td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{(x+1)^4} =$ La función f _____ _____ _____ _____ <u>Límite por la derecha</u> <table><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr><tr><td>-0.999</td><td></td></tr><tr><td>-0.9999</td><td></td></tr><tr><td>-0.99999</td><td></td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{(x+1)^4} =$ Lo anterior significa que cuando $x \rightarrow -1$, en f(x) hay una asíntota _____.	x	f(x)	-2.501		-2.5001		-2.50001		x	f(x)	3.001		3.0001		3.00001		x	f(x)	-1.001		-1.0001		-1.00001		x	f(x)	-0.999		-0.9999		-0.99999					
x	f(x)																																				
-2.501																																					
-2.5001																																					
-2.50001																																					
x	f(x)																																				
3.001																																					
3.0001																																					
3.00001																																					
x	f(x)																																				
-1.001																																					
-1.0001																																					
-1.00001																																					
x	f(x)																																				
-0.999																																					
-0.9999																																					
-0.99999																																					
Cierre																																					
Aclara dudas sobre el cálculo de límites infinitos usando métodos numéricos.	Trabajo en plenaria: Comentan sobre el cálculo de límites infinitos usando métodos numéricos.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Reflexión individual	Mediación docente: 30 min.																																
Trabajo extraclase																																					

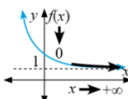
UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
3	Apertura					
	Recupera la definición de asíntota vertical y cómo identificarla mediante el cálculo de límites infinitos.	Trabajo en plenaria: Exponen dudas sobre la definición de asíntota vertical y cómo identificarla mediante el cálculo de límites infinitos.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la Actividad formativa 2.4	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 2.4 Actividad formativa 2.4 1. Explica el significado de decir que: a) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = -\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = +\infty$ 2. Si $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = -\infty$, entonces la recta $x = \underline{\hspace{1cm}}$ es una asíntota $\underline{\hspace{1cm}}$ de la función $f(x)$. 3. Un cociente de funciones $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, para $h(x) \neq 0$, tiene una asíntota vertical si $\underline{\hspace{1cm}}$. 4. Para la función h cuya gráfica se muestra a continuación, calcula lo siguiente. a) $\lim_{x \rightarrow -7} h(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 4} h(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 8} h(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 8} h(x)$ 5. Usa el límite para determinar las asíntotas verticales de las siguientes funciones. a) $f(x) = -\frac{1}{x}$ b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ c) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$ d) $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ f) $f(x) = \ln x - 3$ g) $h(r) = \frac{2r+3}{r-8}$ h) $g(t) = \frac{t+2}{t^2-4}$ i) $g(s) = \frac{\sqrt{s}}{9-s^2}$ j) $h(s) = \frac{1}{\sqrt{s}}$ k) $f(r) = \frac{r^3-3r+6}{r^3-12r+20}$ l) $f(x) = \frac{1}{x^3+1}$ 6. ¿Cuántas asíntotas verticales tiene la función $f(x) = \tan x$? 7. Si $f(x)$ no está definida en c , ¿puede $x = c$ ser una asíntota vertical de $f(x)$? Justifica tu respuesta. 8. Explica por qué las asíntotas verticales no pueden ser intersecadas por la representación gráfica de una función. 9. El tamaño de la pupila de cierto animal está dado por $f(x) = \frac{160x^{-0.4} + 90}{4x^{-0.4} + 15}$ (en mm), donde x es la intensidad de la luz sobre la pupila. Determina el tamaño de	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 2.4.	Mediación docente: 30 min.
Cierre						

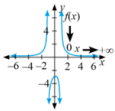
UAP

Docente

	Recupera la definición de asíntota vertical y cómo identificarla mediante el cálculo de límites infinitos.	Trabajo en plenaria: Exponen dudas sobre la definición de asíntota vertical y cómo identificarla mediante el cálculo de límites infinitos.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Respuesta a las preguntas planteadas	Mediación docente: 10 min.								
Trabajo extraclase														
	Indica analizar el <i>Ejemplo formativo 2.3.</i>	Trabajo individual. Analizan el <i>Ejemplo formativo 2.3.</i> <i>Ejemplo formativo 2.3</i> 1. Determina la ecuación de la asíntota horizontal de la función $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$, la cual es una traslación de la función básica $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Resolución: <table data-bbox="764 623 921 721"><thead><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr></thead><tbody><tr><td>10</td><td>1.0009765625</td></tr><tr><td>30</td><td>1.00000000093</td></tr><tr><td>50</td><td>1.0000000000000089</td></tr></tbody></table> De la gráfica de la <i>izquierda</i> y de los valores de la tabla, cuando $x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow 1$. Por lo que $y = 1$ es una asíntota horizontal de $f(x)$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 \right) = 1$	x	f(x)	10	1.0009765625	30	1.00000000093	50	1.0000000000000089				Estudio independiente: 30 min.
x	f(x)													
10	1.0009765625													
30	1.00000000093													
50	1.0000000000000089													

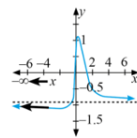
UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
4	Apertura					
	Explica el comportamiento en del límite en el infinito en una función racional.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el comportamiento en del límite en el infinito en una función racional. A partir de explorar el signo del coeficiente "a_n" y el grado "n" de una función polinomial cuando $x \rightarrow \pm\infty$, se obtienen las siguientes regularidades. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \begin{cases} +\infty, & \text{si } a_n > 0 \\ -\infty, & \text{si } a_n < 0 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \begin{cases} +\infty, & \text{si } a_n > 0 \text{ y } n \text{ par} \\ -\infty, & \text{si } a_n < 0 \text{ y } n \text{ impar} \\ -\infty, & \text{si } a_n > 0 \text{ y } n \text{ impar} \\ +\infty, & \text{si } a_n < 0 \text{ y } n \text{ par} \end{cases}$ La utilidad del resultado anterior se refleja en el cálculo del siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0}{b_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_0} = \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Explica el Ejemplo formativo 2.4. Situación 1. El grado del polinomio del numerador " n " es menor que el grado del denominador " m ".	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor del Ejemplo formativo 2.4. Ejemplo formativo 2.4 Calcula el $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 3}{x^4 - 1}$. Resolución: Aplica el límite de un polinomio en el infinito. En el numerador $a_n = 2, n = 2$ y en el denominador $b_m = 1, m = 4$. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 3}{x^4 - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (2x^2 - x + 3)}{\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x^4 - 1)} = \frac{\infty}{\infty}$ Para cancelar la indeterminación, se divide cada término del numerador y del denominador por la variable de mayor grado "x^4", luego, aplica los límites $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$ y $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^k}{x^n} = 0$. $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 3}{x^4 - 1} &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^4} - \frac{x}{x^4} + \frac{3}{x^4}}{\frac{x^4}{x^4} - \frac{1}{x^4}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x^4}}{1 - \frac{1}{x^4}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x^4}}{\frac{1}{x^0} - \frac{1}{x^4}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x^4}}{1 - \frac{1}{x^4}} \right) \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{x^2} - \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^3} + \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{x^4}}{\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^4}} = \frac{0 - 0 + 0}{1 - 0} = \frac{0}{1} = 0 \end{aligned}$ Dado que el $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 3}{x^4 - 1} = 0$, la función $f(x) = \frac{2x^2 - x + 3}{x^4 - 1}$ tiene una asíntota horizontal en $y = 0$, como se muestra en la gráfica anterior. 	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 30 min.

UAP

Docente

	Explica el <i>Ejemplo formativa 2.5</i>. Situación 2. El grado del polinomio del numerador “n” es igual al grado del denominador “m”	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor del <i>Ejemplo formativo 2.5</i>. <i>Ejemplo formativo 2.5</i> Calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 4x - 2}{-6x^2 - x - 2}$. Resolución Aplica el límite de un polinomio en el infinito. En el numerador $a_n = 5$, $n = 2$ y en el denominador $b_m = -6$, $m = 2$. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 4x - 2}{-6x^2 - x - 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x^2 - 4x - 2)}{\lim_{x \rightarrow -\infty} (-6x^2 - x - 2)} = \frac{+\infty}{-\infty}$ Para cancelar la indeterminación, se divide cada término del numerador y del denominador por la variable de mayor grado “x²”, luego, aplica los límites $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$ y $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{k}{x^n} = 0$. $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 4x - 2}{-6x^2 - x - 2} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{5x^2}{x^2} - \frac{4x}{x^2} - \frac{2}{x^2}}{\frac{-6x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} - \frac{2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 - \frac{4}{x} - \frac{2}{x^2}}{-6 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 - \frac{4}{x} - \frac{2}{x^2}}{-6 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} (5 - \frac{4}{x} - \frac{2}{x^2})}{\lim_{x \rightarrow -\infty} (-6 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2})} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} 5 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x} - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^2}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} (-6) - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^2}} = \frac{5 - 0 - 0}{-6 - 0 - 0} = -\frac{5}{6} \end{aligned}$ Dado que el $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 4x - 2}{-6x^2 - x - 2} = -\frac{5}{6}$, la función $f(x) = \frac{5x^2 - 4x - 2}{-6x^2 - x - 2}$ tiene una asíntota horizontal en $y = -\frac{5}{6}$, como se muestra en la gráfica anterior. 				
Cierre						
	Recapitula sobre el comportamiento en del límite en el infinito en una función racional.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido.			Participación	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase						
	Indica leer la estrategia para calcular límites en el infinito de funciones racionales. Además, usarlas para realizar las Actividades formativas 2.5, 2.6 y 2.7.	Trabajo individual. Realizan las Actividades formativas 2.5, 2.6 y 2.7.				Estudio independiente: 60 min.

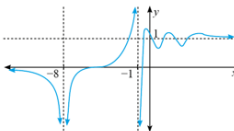
UAP

Docente

		Actividad formativa 2.5 Calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 4x + 5}{3x^3 - x + 7}$. Resolución Aplica el límite en el infinito de un polinomio. En el numerador $a_n = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$ y en el denominador $b_m = \underline{\hspace{1cm}}$, $m = \underline{\hspace{1cm}}$. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 4x + 5}{3x^3 - x + 7} =$ Dado que el grado del numerador es $\underline{\hspace{1cm}}$ que el grado del denominador. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 4x + 5}{3x^3 - x + 7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{3x^3} =$ Por lo tanto, la función $f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 5}{3x^3 - x + 7}$ tiene una asíntota horizontal en $y = \underline{\hspace{1cm}}$. Actividad formativa 2.6 Calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 - x^2 + 8x}{-5x^4 + 7}$. Resolución Aplica el límite en el infinito de un polinomio. En el numerador $a_n = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$ y en el denominador $b_m = \underline{\hspace{1cm}}$, $m = \underline{\hspace{1cm}}$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 - x^2 + 8x}{-5x^4 + 7} =$ Dado que el grado del numerador es $\underline{\hspace{1cm}}$ que el grado del denominador. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 - x^2 + 8x}{-5x^4 + 7} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4}{-5x^4} =$ Por lo tanto, la función $f(x) = \frac{2x^4 - x^2 + 8x}{-5x^4 + 7}$ tiene una asíntota horizontal en $y = \underline{\hspace{1cm}}$. Actividad formativa 2.7 Calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 + x^6}{1 - 5x^3}$ y el $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + x^6}{1 - 5x^3}$. Resolución Aplica el límite en el infinito de un polinomio. En el numerador $a_n = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$ y en el denominador $b_m = \underline{\hspace{1cm}}$, $m = \underline{\hspace{1cm}}$. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 + x^6}{1 - 5x^3} =$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + x^6}{1 - 5x^3} =$ Dado que el grado del numerador es $\underline{\hspace{1cm}}$ que el grado del denominador, la función $f(x) = \frac{4x^3 + x^6}{1 - 5x^3}$ tiene asíntotas horizontales.				
--	--	--	--	--	--	--

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
5	Apertura					
	Pregunta si hay dudas sobre la reta tangente a una curva.	Trabajo en plenaria: Exponen sus dudas sobre el tema en cuestión.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Indica continuar con la <i>Evaluación formativa 2.1.</i>	Trabajo en equipo: Realiza la <i>Evaluación formativa 2.1.</i> <i>Evaluación formativa 2.1.</i> <i>Evaluación formativa 2.1</i> - Decir qué significa: a) $x \rightarrow -\infty$ _____ b) que el $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ _____ c) que el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ _____ - Si el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 11$, la recta $y =$ _____ es una asíntota _____ de la gráfica de $f(x)$. - Explica por qué las asíntotas horizontales pueden intersectar más de una vez a la representación gráfica de una función. - Aplica el límite en el infinito para determinar las asíntotas horizontales (si existen) de las siguientes funciones. a) $f(x) = \frac{x}{x-7}$ b) $g(t) = \frac{4t}{4t-7}$ c) $h(s) = \frac{s^2-2s}{s}$ d) $f(t) = \frac{4t-10}{t^2-2t-15}$ e) $h(t) = -\frac{1}{(t+1)^2}$ f) $h(x) = \frac{x^3}{x^2-3x-4}$ g) $f(s) = \frac{-s^4+3s-92}{s^2-7s-44}$ h) $g(t) = \frac{3t}{t^2-2}$ i) $f(s) = \frac{3s^2-6s+4}{-s^2+4s-3}$ j) $g(t) = \frac{t^3-5t-9}{2t^4+3t^3}$ k) $h(x) = \frac{x^6+x^3+x}{x^2+x^2+1}$ l) $h(t) = \frac{-3t^4-2t+1}{-4t^5-t^2+t}$ m) $f(x) = \frac{-6x^6+x^2+1}{2x^6-x}$ n) $g(s) = \frac{3s^2+4s^2-s+1}{-s^2+1}$ ñ) $h(x) = \frac{x^3+3x-1}{x+\frac{1}{2}}$ - Utiliza la gráfica de la derecha para determinar los siguientes límites: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  - Traza la representación gráfica de una función $y = f(x)$ que satisfaga las siguientes condiciones. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Evaluación formativa 2.1.</i>	Mediación docente: 30 min.
Cierre						
	Recapitula sobre la importancia de los límites al infinito y en l infinito para identificar asíntotas de una función.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido.			Participación	Mediación docente: 15 min.



UAP

Docente

	Trabajo extraclase				

UAP

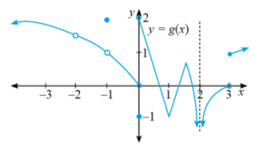
Docente

Progresión de aprendizaje 3. Funciones continuas

UAC	Cálculo I			Fecha	Núm. de sesiones	5	
Progresión 3	Analiza la continuidad de funciones en puntos específicos y en un intervalo, distinguiendo entre los tipos de discontinuidades y sus implicaciones en el modelado de fenómenos.						
Categorías	Subcategorías	Aprendizajes de trayectoria		Metas de aprendizaje			
C1 Procedural	S3 Elementos variacionales	Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.		M2-C1 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.			
C2 Procesos de Intuición y Razonamiento	S1 Capacidad para observar y conjeturar	Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).		M4-C2 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.			
	S3 Pensamiento formal						
C3 Solución de problemas y modelación	S2 Construcción de Modelos	Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.		M2-C3 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.			
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos		Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
1	Apertura						
	Indica leer la progresión de aprendizaje 3 para llevar a cabo la identificación de metas de aprendizaje a lograr.	Trabajo individual. Realiza la lectura de la progresión de aprendizaje 3 e identifica las metas de aprendizaje a lograr.					Mediación docente: 10 min.
	Solicita realizar la <i>evaluación diagnóstica 3.1</i> y retroalimenta la solución.	Trabajo individual: Realiza la <i>evaluación diagnóstica 3.1</i>		Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Evaluación diagnóstica 3.1.</i>	

UAP

Docente

	Actividad diagnóstica 3.1 Selecciona la respuesta correcta. 1. Dada la función $f(x) = \frac{1}{x-2}$, ¿cuál es el dominio de la función? a) $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$ b) $(-\infty, +\infty)$ c) $[5, +\infty)$ d) $(-\infty, 5]$ 2. Dada la función $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$, ¿cuál es el valor de $f(3)$? a) 7 b) 5 c) 0 d) f no está definida en $x = 3$ b) Calcula el siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. a) 2 b) 4 c) 0 d) No existe				
Desarrollo					
Explica la continuidad una función en un punto y establece la definición.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la continuidad de una función en un punto y establece la definición.				
Indica realizar la Actividad formativa 3.1 sobre la continuidad de una función en un punto.	Trabajo en equipo. Contestan la Actividad formativa 3.1 y comparan los resultados con otros equipos. Actividad formativa 3.1 Verifica si la gráfica de $g(x)$ es continua en $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$. 	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 3.1.	Mediación docente: 30 min.
Cierre					
Retroalimenta la continuidad de una función en un punto.	Trabajo en plenaria. Comentan su experiencia sobre la continuidad de una función en un punto.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase					

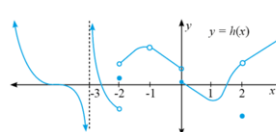
UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
2	Apertura					
	Recuerda la definición de un punto.	Trabajo en plenaria. Toman notas y preguntan dudas.	formativa / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase y <i>Actividad formativa 3.1</i>	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Explica el <i>Ejemplo formativo 3.1</i> y retroalimenta las respuestas.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación de la <i>Ejemplo formativa 3.1</i> . <i>Ejemplo formativo 3.1</i> a) Verifica si $g(x) = \sin x$ es continua en $x = 0$. b) Verifica si $f(x) = \tan x$ es continua en $x = \frac{\pi}{2}$. Resolución: a) Verifica si $g(x) = \sin x$ es continua en $x = 0$. Aplica la definición de continuidad. $g(0) = \sin 0 = 0$, $g(0)$ está definida. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \sin x = \sin 0 = 0$, el límite existe. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = g(0)$ Por lo tanto $g(x)$ es continua en $x = 0$. b) Verifica si $f(x) = \tan x$ es continua en $x = \frac{\pi}{2}$. Aplica la definición de continuidad. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \tan \frac{\pi}{2}$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ no está definida. Por lo tanto $f(x)$ no es continua en $x = \frac{\pi}{2}$.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 3.2.</i>	Mediación docente: 30 min.
	Indica realizar la <i>Actividad formativa 3.2</i> y retroalimenta las respuestas.	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 3.2</i> . <i>Actividad formativa 3.2</i> 1. Verifica la continuidad de las siguientes funciones en el valor dado. a) $f(x) = x^2 - 2x$ en $x = 2$. b) $g(x) = \frac{x-3}{x+3}$ en $x = -3$. c) $h(x) = \begin{cases} 2, & x < 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$ en $x = 1$.				

UAP

Docente

	Cierre					
	Recapitula sobre la <i>Actividad formativa 3.2</i>	Trabajo en plenaria. Reflexionan sobre la continuidad de una función en un punto.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Reflexión individual	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
3	Apertura					
	Establece la continuidad removible y no removible: discontinuidad evitable, discontinuidad inevitable de salto finito y discontinuidad inevitable de salto infinito.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor y preguntas dudas sobre la continuidad removible y no removible: discontinuidad evitable, discontinuidad inevitable de salto finito y discontinuidad inevitable de salto infinito.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Participación en clase	Mediación docente: 20 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la <i>Actividad formativa 3.3</i> .	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 3.3</i> . <i>Actividad formativa 3.3</i> 1. Identifica el tipo de discontinuidad que presenta la siguiente gráfica de la función $h(x)$.  Resolución: La función tiene una: • Discontinuidad _____ de salto _____ en $x = -3$. • Discontinuidad _____ de salto _____ en $x = -2$ y $x = 0$. • Discontinuidad _____ en $x = -1$ y $x = 2$.				

Explica los <i>Ejemplos formativos 3.2, 3.3 y 3.4</i> y retroalimenta a los equipos.	Trabajo en equipo. Siguen la explicación del profesor de los <i>Ejemplos formativos 3.2, 3.3 y 3.4.</i> <i>Ejemplo formativo 3.2</i> 1. Verifica si $h(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x > 1 \\ -x^2 - 2x + 2, & x < 1 \end{cases}$ es continua en $x = 1$, y si no, remueve la discontinuidad de ser posible. Resolución: La función $h(1)$ no está definida, por lo tanto $h(x)$ es discontinua en $x = 1$. De la gráfica de la derecha, la función $h(x)$ tiene un hueco en $x = 1$, por lo que la discontinuidad puede ser removida, definiendo $h(1) = -1$. Verifica la definición de continuidad. $h(1) = -1$. $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2 - 2x + 2) = -1$, en consecuencia $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = -1$. El límite existe. $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = h(1)$ Para que $h(x)$ sea continua en $x = 1$, se redefine $h(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x > 1 \\ -x^2 - 2x + 2, & x < 1 \\ -1, & x = 1 \end{cases}$ <i>Ejemplo formativo 3.3</i> 1. Verifica si $f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & x < 2 \\ \log(x-1), & x \geq 2 \end{cases}$ es continua en $x = 2$, y si no, remueve la discontinuidad de ser posible. Resolución: Aplica la definición de continuidad: $f(2) = \log(2-1) = 0$, $f(2)$ está definida. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = e$ y $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \log(1) = 0$, es decir, el $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ no existe. Por lo tanto, como se observa en la gráfica de la derecha, $f(x)$ es discontinua en $x = 2$. Dado que $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = e$ y $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$, la función f tiene una discontinuidad de salto finito en $x = 2$ que no puede ser removida. <i>Ejemplo formativo 3.4</i> 1. Verifica si $g(x) = \frac{3x-4}{3x^3+2x-8}$ es continua en $x = -2$, y si no, remueve la discontinuidad de ser posible. Resolución: Aplica la definición de continuidad: $g(-2) = \frac{3(-2)-4}{3(-2)^3+2(-2)-8} = \frac{-10}{-24-4-8} = \frac{-10}{-36} = \frac{5}{18}$. Por lo que $g(-2)$ no está definida, en consecuencia, la función g es discontinua en $x = -2$, como se observa en gráfica de la derecha. Luego, como el $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ y $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$, se concluye que la función g tienen una asíntota vertical en $x = -2$, por lo que esta tiene una discontinuidad de salto infinito no removible.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase</i>	Mediación docente: 20 min.
Cierre					

UAP

Docente

Resume el trabajo realizado sobre los tipos de discontinuidad de una función.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los tipos de discontinuidad de una función.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Respuesta a las preguntas planteadas	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase					
Solicita realizar la <i>Actividad formativa 3.4.</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 3.4.</i> <i>Actividad formativa 3.4</i> 1. Verifica si las siguientes funciones son continuas en el valor de x dado, y si no, remueve la discontinuidad de ser posible. a) $f(x) = x $ en $x = 0$. b) $g(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$ en $x = 4$. c) $h(x) = \begin{cases} 2(x + 3)^2 + 1, & x < -2 \\ -2, & x = -2 \\ -(x + 1)^3 - 1, & x > -2 \end{cases}$				Trabajo independiente: 60 min.

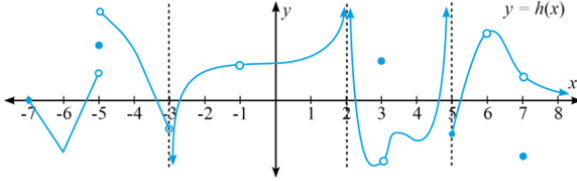
UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
4	Apertura					
	Explica la continuidad en un intervalo (abierto, cerrado, semiabierto) y establece la definición.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la continuidad en un intervalo.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Explica los <i>Ejemplos formativos 3.5 y 3.6.</i>	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación de los los <i>Ejemplos formativos 3.5 y 3.6.</i> <i>Ejemplo formativo 3.5</i> Verifica si $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ es continua en $(-\infty, 3)$. Resolución: El dominio de f es $\mathcal{R} - \{-3\}$. El intervalo $(-\infty, 3) \in D_f$ (dominio de f). $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} = x + 3, x \neq 3$ Luego, la función $f(x) = x + 3$ es continua en $\mathcal{R} - \{-3\}$. Por lo tanto, la función f es continua en cada punto del intervalo $(-\infty, 3)$. <i>Ejemplo formativo 3.6</i> Determina los intervalos en los que $g(x) = \begin{cases} 2, & -3 \leq x < -1 \\ x^2 + 1, & -1 < x \leq 2 \end{cases}$ es continua. El dominio de g es $[-3, -1) \cup (-1, 2]$. Los intervalos $[-3, -1), (-1, 2] \in D_g$. La función g es continua en cada punto de los intervalos $(-3, -1)$ y $(-1, 2)$. Continuidad en $x = -3$: $\lim_{x \rightarrow -3^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -3^+} 2 = 2 = g(-3)$. Continuidad en $x = -1$. Tenemos que $g(-1)$ no está definido, por lo que g no es continua en $x = -1$. Continuidad en $x = 2$: $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 + \lim_{x \rightarrow 2^-} 1 = 5 = g(2)$. Por lo tanto, la función g es continua en los intervalos $[-3, -1)$ y $(-1, 2]$.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 30 min.

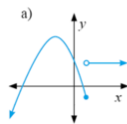
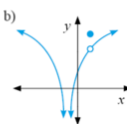
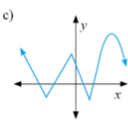
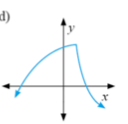
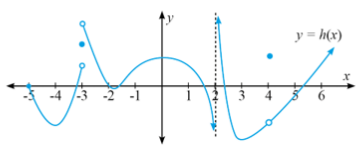
UAP

Docente

Cierre						
Indica realizar la <i>Actividad formativa 3.5</i> .	Recapitula sobre la continuidad en un intervalo (abierto, cerrado, semiabierto).	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido sobre la continuidad en un intervalo (abierto, cerrado, semiabierto).			Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					
		Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 3.5</i> . <i>Actividad formativa 3.5</i> 1. Determina los intervalos en donde la siguiente gráfica es continua.  2. Dibuja un esbozo de la representación gráfica de una función f que satisfaga las siguientes condiciones: su dominio es $\mathcal{R} - \{-3, 1\}$ y es continua en $(-\infty, -3)$, $(-3, 1)$ y $(1, +\infty)$. 3. Determina los intervalos donde es continua cada una de las siguientes funciones. a) $f(x) = x^3 - 3x + 1$ b) $g(x) = \frac{1}{x+6}$ c) $h(r) = \frac{r^2-1}{r+1}$ d) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ e) $f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$				Trabajo independiente: 60 min.

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
5	Apertura					
	Atiende dudas sobre las funciones continuas y sobre los tipos de discontinuidad de una función.	Trabajo en plenaria. Comentan dudas sobre las funciones continuas y sobre los tipos de discontinuidad de una función.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Solicita que realicen la <i>Evaluación formativa 3.1.</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Evaluación formativa 3.1.</i> y comparten los resultados con otros equipos. <i>Evaluación formativa 3.1</i> - La función $f(x) = -3$, para $x = 5$, ¿es continua en $x = 5$? ¿Qué condiciones debe satisfacer una función para que sea continua en un punto? - Las funciones polinomiales, ¿son continuas en cada uno de sus puntos? - Si se conoce el dominio de una función, ¿es posible determinar si es o no continua en un punto dado? - Explica si cada una de las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación es continua o discontinua. Justifica tu respuesta.     - Determina si las siguientes funciones son continuas en $x = -1$. a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 3, & x \neq -1 \\ 4, & x = -1 \end{cases}$ c) $h(x) = \begin{cases} 3, & x \geq -1 \\ -1, & x < -1 \end{cases}$ e) $f(x) = \sqrt{x+3}$ b) $h(x) = \frac{1}{x}$ d) $g(x) = \frac{1}{x+1}$ f) $h(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ - Con base en la siguiente gráfica, indica los valores en donde la función h es discontinua y el tipo de discontinuidad que presenta. 	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Evaluación formativa 3.1.</i>	Mediación docente: 30 min.

UAP

Docente

Cierre						
	Recapitula sobre estudio del cambio de una función de variable real.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido.			Participación	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					
	Indica terminar la <i>Evaluación formativa 3.1.</i>	Trabajo individual: Concluyen la <i>Evaluación formativa 3.1.</i>				Estudio independiente: 60 min.

UAP

Docente

Progresión de aprendizaje 4. Derivadas de funciones algebraicas

UAC	Cálculo I			Fecha	Núm. de sesiones	15
Progresión 4	Interpreta el concepto de derivada, aplicándolo a funciones algebraicas y construyendo las reglas de derivación para operaciones básicas (suma, resta, producto, cociente) y funciones potencia.					
Categorías	Subcategorías	Aprendizajes de trayectoria			Metas de aprendizaje	
C1 Procedural	S1 Elementos aritmético-algebraicos S3 Elementos variacionales	Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.			M1-C1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	
C2 Procesos de Intuición y Razonamiento	S2 Pensamiento intuitivo S3 Pensamiento formal	Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).			M2-C2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	
C4 Interacción y lenguaje matemático	S2 Negociación de significados	Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.			M3-C4 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.	
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
1-3	Apertura					
	Indica leer la progresión de aprendizaje 4 para llevar a cabo la identificación de metas de aprendizaje a lograr.	Trabajo individual. Realiza la lectura de la progresión de aprendizaje 4 e identifica las metas de aprendizaje a lograr.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Evaluación diagnóstica 4.1.	Mediación docente: 10 min.
	Solicita realizar la evaluación diagnóstica.	Trabajo en plenaria. Realizan la Actividad diagnóstica 4.1.				

UAP

Docente

	Evaluación diagnóstica 4.1 Analiza y selecciona la opción correcta en cada pregunta. 1) Dada la función $f(x) = 3x^2 - 2x$, ¿cuál es la expresión que le corresponde a $f(x + h)$? a) $3x^2 - 2x + 3h^2 - 2h$ b) $3x^2 + 2x + 3h^2 + 2h$ c) $3x^2 - 2x + 6hx + 3h^2 - 2h$ d) $3x^2 + 2x + 6hx + 3h^2 + 2h$ 2) ¿Cuál es la expresión que representa al binomio de Newton? a) $(a + b)^n$ b) $e^x - x$ c) $x^n + y^n = z^n$ d) $a^n - b^n$ 3) ¿Cuál es el valor del $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4}$? a) No existe b) 0 c) -6 d) 3/2 4) El límite anterior puede identificar si hay o no discontinuidad y el tipo de discontinuidad de la función en $x = -2$, esa discontinuidad (si hay), es de tipo: a) Inevitable de salto finito b) Evitable o removible c) Inevitable infinito d) No hay discontinuidad 5) ¿Cuál es el valor del $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$? a) No existe b) 0 c) 9 d) 6				
Desarrollo					
Establece la definición de derivada.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor y preguntan dudas. Definición de derivada de una función $y = f(x)$ La función derivada de la función $f(x)$ representada por $f'(x)$, es $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \text{ o bien, } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$ si el límite existe para todo x de su dominio.				
Explica el procedimiento para calcular derivadas de funciones aplicando la definición de derivada.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor y preguntan dudas. Cálculo de derivadas de funciones aplicando la definición de derivada Para calcular derivadas de funciones aplicando la definición de derivada, se utiliza la fórmula: $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, que también es llamada regla general de derivación. Este proceso de derivación puede hacerse siguiendo las reglas de la fórmula como una sola expresión, o bien puede realizarse por pasos y aplicar lo que algunos textos le llaman la regla de los cuatro pasos y que se resumen de la siguiente manera: Paso 1. Calcula $f(x + h)$. Paso 2. Calcula la diferencia $f(x + h) - f(x)$. Paso 3. Calcula el cociente $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. Paso 4. Calcula el límite $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. Si el límite anterior existe, puede decirse que la función es derivable y su derivada es $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$				
Explica le <i>Ejemplo formativo 4.1</i>	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor.				

Formativa/
Autoevaluación,
coevaluación y
heteroevaluación

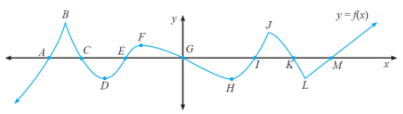
Observación/
Guía de
observación

*Participación
en clase.*

**Mediación
docente:**
130 min.

UAP

Docente

		Ejemplo formativo 4.1 1. Calcula la derivada de la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Resolución Con la regla de los cuatro pasos, se tiene: Paso 1. $f(x+h) = (x+h)^2 - 4(x+h) + 3 = x^2 + 2hx + h^2 - 4x - 4h + 3$ Paso 2. $f(x+h) - f(x) = x^2 + 2hx + h^2 - 4x - 4h + 3 - (x^2 - 4x + 3)$ $= x^2 + 2hx + h^2 - 4x - 4h + 3 - x^2 + 4x - 3 = 2hx + h^2 - 4h$ Paso 3. $\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{2hx+h^2-4h}{h} = \frac{h(2x+h-4)}{h} = 2x + h - 4$ Paso 4. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 4) = 2x - 4$ La derivada de la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$, con respecto a x, es $f'(x) = 2x - 4$.				
	Explica le Ejemplo formativo 4.2	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 4.2 1. Calcula la derivada de la función $f(x) = \frac{x^3-3}{4x}$. Resolución Con la regla de los cuatro pasos, se tiene: Paso 1. $f(x+h) = \frac{(x+h)^3-3}{4(x+h)} = \frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3-3}{4x+4h}$ Paso 2. $f(x+h) - f(x) = \frac{x^3+3x^2h+h^2x-3x-(x^3-3)}{4(x+h)} - \frac{x^3-3}{4x} = \frac{(x^3+3x^2h+h^2x-3x)-(x^3-3)(x+h)}{4(x+h)x}$ $= \frac{(x^3+3x^2h+h^2x-3x)-(x^3-3x-x^2h-3h)}{4(x+h)x}$ $= \frac{x^3+3x^2h+h^2x-3x-x^3+3x+x^2h+3h}{4(x+h)x}$ $= \frac{2hx^2+h^2x-x^2h+3h}{4(x+h)x}$ Paso 3. $\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{2hx^2+h^2x-x^2h+3h}{4(x+h)x} = \frac{2hx^2+h^2x-x^2h+3h}{4(x+h)x}$ Paso 4. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2x^2+hx-x^2+3)}{4(x+h)x} = \frac{x^2+3}{4x^2}$ La derivada de la función $f(x) = \frac{x^3-3}{4x}$, con respecto a x, es $f'(x) = \frac{x^2+3}{4x^2}$.				
	Indica realizar la Actividad formativa 4.1.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 4.1. Actividad formativa 4.1 1. Observa la siguiente representación gráfica.  Identifica los puntos en los que la <i>pendiente de la recta tangente</i> a $f(x)$ es igual a cero, es positiva, es negativa, y en los que no está definida (la derivada no existe). 2. Calcula la derivada de la función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$, y determina: - La ecuación que representa las pendientes de las tangentes: $f'(x)$. - Los valores de x donde la pendiente de las tangentes es cero ($f'(x) = 0$). - Si a la función le sumas o restas una constante, ¿cambia su derivada?				
Cierre						

UAP

Docente

	Recapitula sobre el procedimiento para calcular derivadas de funciones aplicando la definición de derivada.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre cómo calcular derivadas de funciones aplicando la definición de derivada.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
4-6	Apertura					
	Presenta ejemplos de funciones algebraicas y menciona las reglas básicas de derivación.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre las funciones algebraicas y las reglas básicas de derivación.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Define la monotonía de una función, los valores extremos relativos y absolutos, concavidad y punto de inflexión de una función.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor y preguntan dudas.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase.	Mediación docente: 135 min.
	Establece la regla de derivación de una constante y la de una variable y explica el Ejemplo formativo 4.3	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Regla de derivación de una constante y la de una variable $\frac{d}{dx}(c) = 0 \text{ y } \frac{d}{dx}(x) = 1.$ Ejemplo formativo 4.3 1. Calcula la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = 3$, b) $f(x) = -5$, c) $f(x) = \frac{2}{3}$, d) $f(x) = \sqrt{7}$, e) $f(x) = \pi$ Resolución a) $\frac{d}{dx}(3) = 0$, b) $\frac{d}{dx}(-5) = 0$, c) $\frac{d}{dx}(\frac{2}{3}) = 0$, d) $\frac{d}{dx}(\sqrt{7}) = 0$, e) $\frac{d}{dx}(\pi) = 0$				
Obtiene mediante una demostración formal, la derivad de una potencia de base x , $f(x) = x^n$.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor.					

UAP

Docente

	La derivada de una potencia de base "x", $f(x) = x^n$. $f(x+h) = (x+h)^n$ (binomio de Newton) $(x+h)^n = x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)x^{n-2}h^2}{2} + \dots + h^n$ $f(x+h) - f(x) = x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)x^{n-2}h^2}{2} + \dots + h^n - x^n$ $= nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)x^{n-2}h^2}{2} + \dots + h^n$ $\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)x^{n-2}h^2}{2} + \dots + h^n}{h} = \frac{h[nx^{n-1} + \frac{n(n-1)x^{n-2}h}{2} + \dots + h^{n-1}]}{h}$ $= nx^{n-1} + \frac{n(n-1)x^{n-2}h}{2} + \dots + h^{n-1}$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(nx^{n-1} + \frac{n(n-1)x^{n-2}h}{2} + \dots + h^{n-1} \right) = nx^{n-1}$ $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$				
Explica la regla de la derivada del producto de una constante por una función y explica los Ejemplos formativos 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. La derivada de una constante por una función es la constante multiplicada por la derivada de la función. $[cf(x)]' = cf'(x)$ Ejemplo formativo 4.4 1. Calcula la derivada de las siguientes funciones. a) $y = x$ b) $y = 4x$ c) $y = -2x$ d) $y = ax$ e) $y = \frac{x}{3}$ Resolución a) $y' = \frac{d}{dx}(x) = 1$ b) $y' = \frac{d}{dx}(4x) = 4$ c) $y' = \frac{d}{dx}(-2x) = -2$ d) $y' = \frac{d}{dx}(ax) = a$ e) $y' = \frac{d}{dx}\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{1}{3}$ Ejemplo formativo 4.5 1. Calcula la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = 3x^2$ b) $f(x) = 4x^3$ c) $f(x) = 5x^4$ d) $f(x) = 6x^5$ e) $f(x) = 11x^{10}$ f) $y = -4x^3$ g) $y = \frac{3x^4}{5}$ h) $y = ax^6$ Resolución a) $f'(x) = 6x$ b) $f'(x) = 12x^2$ c) $f'(x) = 20x^3$ d) $f'(x) = 30x^4$ e) $f'(x) = 110x^9$ f) $y' = -4(3x^2) = -12x^2$ g) $y' = \frac{3}{5}(4x^3) = \frac{12x^3}{5}$ h) $y' = a(6x^5) = 6ax^5$				

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 4.6 1. Calcula la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = x^{-4}$ b) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ c) $f(x) = \frac{1}{x}$ d) $f(x) = \frac{4}{x^2}$ e) $f(x) = \frac{3}{2x^5}$ Resolución a) $f'(x) = (x^{-4})' = -4x^{-5}$ En muchas ocasiones estas potencias se presentan como expresiones en forma de cocientes, que deben convertirse en potencias con exponentes negativos, de acuerdo con la propiedad $\left(\frac{1}{x^n} = x^{-n}\right)$. b) $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^3}\right) = \frac{d}{dx} (x^{-3}) = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$ c) $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{d}{dx} (x^{-1}) = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$ d) $\frac{d}{dx} \left(\frac{4}{x^2}\right) = 4 \cdot \frac{d}{dx} (x^{-2}) = 4(-2x^{-3}) = -\frac{8}{x^3}$ e) $\frac{d}{dx} \left(\frac{3}{2x^5}\right) = \left(\frac{3}{2}\right) \frac{d}{dx} (x^{-5}) = \left(\frac{3}{2}\right) (-5x^{-6}) = -\frac{15}{2x^6}$ Ejemplo formativo 4.7 1. Calcula la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = x^{3/2}$ b) $f(x) = \sqrt{x}$ c) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ d) $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$ e) $f(x) = \sqrt[5]{x^6}$ f) $f(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$ g) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ h) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^4}}$ Resolución a) $f'(x) = (x^{3/2})' = \frac{3}{2}x^{1/2}$ Generalmente, estas potencias se presentan como expresiones irracionales (radicales), que deben convertirse en potencias con exponentes fraccionarios, de acuerdo con la propiedad $(\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n})$. b) $\frac{d}{dx} \sqrt{x} = \frac{d}{dx} (x^{1/2}) = \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{2x^{1/2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ c) $\frac{d}{dx} \sqrt[3]{x} = \frac{d}{dx} (x^{1/3}) = \frac{1}{3}x^{-2/3} = \frac{1}{3x^{2/3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ d) $\frac{d}{dx} \sqrt[4]{x^3} = \frac{d}{dx} (x^{3/4}) = \frac{3}{4}x^{-1/4} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ e) $\frac{d}{dx} \sqrt[5]{x^6} = \frac{d}{dx} (x^{6/5}) = \frac{6}{5}x^{1/5} = \frac{6\sqrt[5]{x}}{5}$ f) $\frac{d}{dx} 6\sqrt[3]{x^2} = 6 \frac{d}{dx} (x^{2/3}) = 6 \left(\frac{2}{3}x^{-1/3}\right) = \frac{4}{x^{1/3}} = \frac{4}{\sqrt[3]{x}}$ En muchas ocasiones, se presentan funciones irracionales como cocientes con radicales en el denominador. Estas deben convertirse en potencias con exponentes fraccionarios, de acuerdo con las propiedades $(\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n})$ y $\left(\frac{1}{x^n} = x^{-n}\right)$, combinadas. g) $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right) = \frac{d}{dx} (x^{-2/3}) = -\frac{2}{3}x^{-5/3} = -\frac{2}{3x^{5/3}} = -\frac{2}{3\sqrt[3]{x^5}}$ h) $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt{x^4}}\right) = \frac{d}{dx} (x^{-5/2}) = -\frac{5}{2}x^{-7/2} = -\frac{5}{2\sqrt{x^7}}$				
Indica realizar la Actividad formativa 4.2	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 4.2				

UAP

Docente

	Actividad formativa 4.2 1. Calcula las siguientes derivadas: a) $\frac{d}{dx}(7) =$ b) $\frac{d}{dx}(\pi x) =$ c) $\frac{d}{dx}(-2x^4) =$ d) $\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{2}\right) =$ e) $\frac{d}{dx}(3x^5) =$ f) $\frac{d}{dx}\left(\frac{3x^5}{4}\right) =$ g) $\frac{d}{dx}\left(\frac{3}{x^5}\right) =$ h) $\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{x^4}\right) =$ i) $\frac{d}{dx}\sqrt{x^5} =$ j) $\frac{d}{dx}10^{\sqrt[5]{x^2}} =$ k) $\frac{d}{dx}\left(\frac{3}{\sqrt{x^8}}\right) =$ l) $\frac{d}{dx}\left(\frac{6}{\sqrt{x}}\right) =$					
	Cierre					
	Recapitula sobre las características vistas de una función.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre cómo identificar las características vistas de una función.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
7-8	Apertura					
	Establece la regla de la derivada de la suma de dos funciones y la de la diferencia de dos funciones.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la derivada de la suma de dos funciones. La derivada de la suma de dos funciones es igual a la suma de las derivadas de cada función. $[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$ La derivada de la diferencia de dos funciones es igual a la diferencia de las derivadas de cada función. $[f(x) - g(x)]' = f'(x) - g'(x)$	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Explica el <i>Ejemplo formativo 4.8.</i>	Trabajo en equipo. Siguen la explicación del profesor y preguntan dudas. <i>Ejemplo formativo 4.8</i> 1. Calcula la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 10$ b) $f(x) = 3x^2 + 3x + 3 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2}$ c) $f(x) = (2x^4 - \frac{4}{x^3} + 8\sqrt[4]{x^7} - 1)$ Resolución a) $\frac{d}{dx}(3x^3 - 4x^2 + 10) = 3(3x^2) - 4(2x) + 0 = 9x^2 - 8x$ b) $\frac{d}{dx}(3x^2 + 3x + 3 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2}) = \frac{d}{dx}(3x^2 + 3x + 3 + 3x^{-1} + 3x^{-2})$ $= 3(2x) + 3 + 0 + 3(-x^{-2}) + 3(-2x^{-3}) = 6x + 3 - \frac{3}{x^2} - \frac{6}{x^3}$ c) $\frac{d}{dx}(2x^4 - \frac{4}{x^3} + 8\sqrt[4]{x^7} - 1) = \frac{d}{dx}(2x^4 - 4x^{-3} + 8x^{7/4} - 1)$ $= 8x^3 - 4(-3x^{-4}) + 8(\frac{7}{4}x^{3/4}) - 0 = 8x^3 + \frac{12}{x^4} + 14\sqrt[4]{x^3}$	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 4.3.</i>	Mediación docente: 85 min.
	Indica realizar la <i>Actividad formativa 4.3.</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 4.3.</i> <i>Actividad formativa 4.3</i> 1. Calcula las siguientes derivadas. a) $\frac{d}{dx}(2x^3 - 5x^2 + 3) =$ b) $\frac{d}{dx}(5 - 6x^5) =$ c) $\frac{d}{dx}(x^2 - x - 1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}) =$ d) $\frac{d}{dx}(x^{-2} + 6x^{4/3}) =$ e) $\frac{d}{dx}(3x^5 - \frac{5}{x^4} + 6\sqrt[3]{x^5} - 5) =$				
Cierre						

UAP

Docente

	Recapitula sobre la regla de la derivada de la suma de dos funciones y la de la diferencia de dos funciones.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la regla de la derivada de la suma de dos funciones y la de la diferencia de dos funciones.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
9- 10	Apertura					
	Explica que en muchas ocasiones se pide derivar funciones que pueden ser tratadas con técnicas matemáticas que permiten simplificarlas y hacer más rápida la derivación.	Trabajo en plenaria. Exponen sus dudas.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Explica el <i>Ejemplo formativo 4.9.</i>	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. <i>Ejemplo formativo 4.9.</i>	Formativa/ Autoevaluación,	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 4.4.</i>	Mediación docente: 85 min.

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 4.9 1. Calcula las siguientes derivadas. a) $\frac{d}{dx} x^2(2x^3 - 5x + 1)$ b) $\frac{d}{dx} (3x + 5)^2$ c) $\frac{d}{dx} (2x^3 + 1)(3 - x^2)$ d) $\frac{d}{dx} \left(\frac{2x^4 - 5x + 1}{x^2} \right)$ e) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 - 5x^2}{x - 5} \right)$ Resolución a) $\frac{d}{dx} x^2(2x^3 - 5x + 1)$ Se puede realizar la multiplicación y después la derivación: $\frac{d}{dx} (2x^5 - 5x^3 + x^2) = 2(5x^4) - 5(3x^2) + 2x = 10x^4 - 15x^2 + 2x$ b) $\frac{d}{dx} (3x + 5)^2$ Se puede desarrollar el binomio al cuadrado y después derivar: $\frac{d}{dx} (9x^2 + 30x + 25) = 9(2x) + 30 = 18x + 30$ c) $\frac{d}{dx} (2x^3 + 1)(3 - x^2)$ Se puede realizar la multiplicación y después la derivación: $\frac{d}{dx} (6x^3 - 2x^5 + 3 - x^2) = \frac{d}{dx} (-2x^5 + 6x^3 - x^2 + 3) = -2(5x^4) + 6(3x^2) - (2x) = -10x^4 + 18x^2 - 2x$ d) $\frac{d}{dx} \left(\frac{2x^4 - 5x + 1}{x^2} \right)$ Se puede realizar la división y después la derivación: $\frac{d}{dx} (2x - 5x^{-1} + x^{-2}) = 2 - 5(-x^{-2}) - 2x^{-3} = 2 + \frac{5}{x^2} - \frac{2}{x^3}$ e) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 - 5x^2}{x - 5} \right)$ Se puede realizar la división (factorización) y después la derivación: $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2(x - 5)}{x - 5} \right) = \frac{d}{dx} (x^2) = 2x$	coevaluación y heteroevaluación			
Indica realizar la Actividad formativa 4.4 . Características de la función cuadrática.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 4.4. Comparten resultados. Actividad formativa 4.4 1. Calcula las siguientes derivadas. a) $\frac{d}{dx} (x^2 - 2)(2x^3 - 5x) =$ b) $\frac{d}{dx} (x + 2)^3 =$ c) $\frac{d}{dx} x^3(3x - x^2) =$ d) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^4 - 5x^3}{x^2} \right) =$ e) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 - 5x + 4}{x - 1} \right) =$				
Cierre					

UAP

Docente

	Recapitula la derivada de funciones que se pueden simplificar.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase						
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
11- 12	Apertura					
	Establece la regla del producto de dos funciones.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la regla del producto de dos funciones. La derivada del producto de dos funciones es igual al producto de la derivada de la primera función por la segunda más el producto de la primera función por la derivada de la segunda. $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Explica el <i>Ejemplo formativo 4.10.</i>	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 4.10 1. Calcula las siguientes derivadas: a) $\frac{d}{dx}(2x^3 + 1)(3 - x^2)$ b) $\frac{d}{dx}x^4(x^3 - x)$ c) $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^5}{2} + 2x\right)\left(\frac{x^5}{3} - x\right)$ Resolución a) $\frac{d}{dx}(2x^3 + 1)(3 - x^2) = (2x^3 + 1) \cdot \frac{d}{dx}(3 - x^2) + (3 - x^2) \cdot \frac{d}{dx}(2x^3 + 1)$ $= (2x^3 + 1) \cdot (-2x) + (3 - x^2) \cdot (6x^2) = -4x^4 - 2x + 18x^2 - 6x^4$ $= -10x^4 + 18x^2 - 2x$ Se puede comparar con el Ejemplo formativo 9.9c) que transforma la función antes de derivar y constatar que los resultados son iguales. Este cálculo puede realizarse más rápido si se tienen habilidades para derivar polinomios de manera mental y evitar expresar la derivada en el desarrollo. b) $\frac{d}{dx}x^4(x^3 - x) = x^4 \cdot (3x^2 - 1) + (x^3 - x) \cdot (4x^3) = 3x^6 - x^4 + 4x^6 - 4x^4$ $= 7x^6 - 5x^4$ c) $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^5}{2} + 2x\right)\left(\frac{x^5}{3} - x\right) = \left(\frac{x^4}{2} + 2\right) \cdot \left(\frac{5x^4}{3} - 1\right) + \left(\frac{x^5}{3} - x\right) \cdot \left(\frac{5x^4}{2} + 2\right)$ $= \frac{5x^8}{6} - \frac{x^4}{2} + \frac{4x^5}{3} - 2x = \frac{x^4}{3} - \frac{x^4}{2} + \frac{4x^5}{3} - 2x$	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 4.5.</i>	Mediación docente: 80 min.
	Indica realizar la <i>Actividad formativa 4.5.</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 4.5.</i> Comparten resultados.				

Docente

		Actividad formativa 4.5 1. Calcula las siguientes derivadas, aplicando la fórmula del producto de funciones: a) $\frac{d}{dx} x^3(3x^2 - 2x) =$ b) $\frac{d}{dx} (x^3 - x^2)(2x + 1) =$ c) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 - x^2}{3}\right) \left(\frac{2x}{5} + 1\right) =$ d) $\frac{d}{dx} x^{-2}(x^3 - x^2) =$ e) $\frac{d}{dx} (x^2 - 1)(x + 1) =$				
Cierre						
	Recapitula sobre la regla del producto de dos funciones.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido.			Participación en clase	Mediación docente: 15 min.
Trabajo extraclase						

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
13- 14	Apertura					
	Establece la regla del cociente de dos funciones. La derivada del cociente de dos funciones es igual al producto de la derivada del numerador por el denominador, menos el numerador por la derivada del denominador, todo dividido por el denominador al cuadrado. $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}, g(x) \neq 0$	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la regla del cociente de dos funciones.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Explica el <i>Ejemplo formativo 4.11</i>	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor.	Formativa/ Autoevaluación,	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 4.6.</i>	Mediación docente:

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 4.11 1. Calcula las siguientes derivadas aplicando la regla del cociente de dos funciones. a) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 - 5x^2}{x - 5} \right)$ b) $\frac{d}{dx} \left(\frac{3x}{x^2 - 1} \right)$ c) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} \right)$ Resolución a) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 - 5x^2}{x - 5} \right) = \frac{(x-5) \cdot \frac{d}{dx}(x^3 - 5x^2) - (x^3 - 5x^2) \cdot \frac{d}{dx}(x-5)}{(x-5)^2}$ $= \frac{(x-5) \cdot (3x^2 - 10x) - (x^3 - 5x^2) \cdot (1)}{(x-5)^2} = \frac{3x^3 - 10x^2 - 15x^2 + 50x - x^3 + 5x^2}{(x-5)^2}$ $= \frac{2x^3 - 20x^2 + 50x}{(x-5)^2} = \frac{2x(x^2 - 10x + 50)}{(x-5)^2} = 2x$ Se puede comparar con el Ejemplo formativo 4.9e) que transforma la función antes de derivar y constatar que los resultados son iguales. Este cálculo puede realizarse más rápido si se tienen habilidades para derivar polinomios de manera mental y evitar expresar la derivada en el desarrollo. b) $\frac{d}{dx} \left(\frac{3x}{x^2 - 1} \right) = \frac{(x^2 - 1)(3) - (3x)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{3x^2 - 3 - 6x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-3x^2 - 3}{(x^2 - 1)^2}$ c) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} \right) = \frac{(x+1)(3x^2) - (x^3 + 1)(1)}{(x+1)^2} = \frac{3x^3 + 3x^2 - x^3 - 1}{(x+1)^2} = \frac{2x^3 + 3x^2 - 1}{(x+1)^2}$ Este resultado puede simplificarse por división $x^2 + 2x + 1 \overline{) 2x^3 + 3x^2 + 0x - 1}$ $\underline{-2x^3 - 4x^2 - 2x}$ $-x^2 - 2x - 1$ $\underline{-x^2 - 2x - 1}$ 0 $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} \right) = 2x - 1$	coevaluación y heteroevaluación			80 min.
Indica realizar la Actividad formativa 4.6.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 4.6. Comparten resultados. Actividad formativa 4.6 1. Calcula las siguientes derivadas, aplicando la regla del cociente de dos funciones: a) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2}{4x - 1} \right) =$ b) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x + 1}{x - 1} \right) =$ c) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x - 1}{x^2 - 1} \right) =$ d) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3 - x}{2x + 1} \right) =$ e) $\frac{d}{dx} \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \right) =$				
Cierre					
Recapitula sobre la regla del cociente de dos funciones.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido.			Participación en clase	Mediación docente: 15 min.
Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
15	Apertura					
	Pregunta dudas sobre las reglas básicas de derivación de una función.	Trabajo en plenaria. Exponen sus dudas.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase.</i>	Mediación docente: 5 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la <i>Evaluación formativa 4.1.</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Evaluación formativa 4.1.</i> Comparten resultados. <i>Evaluación formativa 4.1</i> 1. Calcula la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = \sqrt{2}$ b) $f(x) = \frac{2x^4}{7}$ c) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ d) $f(x) = \pi \sqrt[3]{x^3}$ e) $f(x) = 3x^3 - 2x - 1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}$ f) $f(x) = \left(\frac{x^4}{3} + 3x\right)\left(\frac{x^3}{5} - x\right)$ g) $f(x) = \frac{x^5}{3x^2-1}$	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Evaluación formativa 4.1.</i>	Mediación docente: 80 min.
Cierre						
	Recapitula dudas sobre las reglas básicas de derivación de una función.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido.			Participación	Mediación docente: 15 min.
	Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Progresión de aprendizaje 5. La derivada de funciones compuestas, implícitas y de orden superior

UAC		Cálculo I			Fecha	Núm. de sesiones	7	
Progresión 5		Relaciona las reglas de derivación avanzadas (regla de la cadena, derivación implícita, derivadas de orden superior), aplicándolas en la resolución de problemas.						
Categoría		Subcategorías		Aprendizaje de trayectoria		Meta de aprendizaje		
C1 Procedural.		S1 Elementos aritmético-algebraicos		Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.		M1-C1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.		
C2 Procesos de intuición y razonamiento.		S3 Pensamiento formal		Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).		M4-C2 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.		
C3 Solución de problemas y modelación		S3 Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios		Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.		M3-C3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		
C4 Interacción y lenguaje matemático.		S3 Ambiente matemático de comunicación		Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.		M3-C4 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.		
Sesión	Rol del docente / Recursos		Rol del estudiante / Recursos		Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
1-3	Apertura							
	Indica leer la progresión de aprendizaje 5 para llevar a cabo la identificación de metas de aprendizaje a lograr.		Trabajo individual. Realiza la lectura de la progresión de aprendizaje 5 e identifica las metas de aprendizaje a lograr.		Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de	Actividad diagnóstica 5.1.	Mediación docente: 10 min.

UAP

Docente

	Solicita a realizar la <i>Actividad diagnóstica 5.1</i> y los retroalimenta.	Trabajo individual. realizan la <i>Actividad diagnóstica 5.1</i> y comparten los resultados. <i>Evaluación diagnóstica 5.1</i> 1. Si $f(x) = x^2 - 2$ y $g(x) = 5x + 4$, halla $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ y $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$. 2. Calcula la derivada de las siguientes funciones: a) $f(x) = 3x^2 - 2x + 16$ b) $f(x) = (5x)^3$ c) $v(x) = (x - 1)(x + 1)$ d) $h(x) = x^2(2x^3 + x^2 - 3x + 5)$		observación		
Desarrollo						
	Establece la regla de la cadena	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Regla de la cadena Si f es derivable en x y g en $f(x)$, entonces la función compuesta definida mediante $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$, es derivable en x, y $(g \circ f)'(x) = g'[f(x)] \cdot f'(x)$ Se denomina regla de la cadena ya que es el producto de la derivada de la primera función evaluada en la segunda, por la derivada de la segunda función. En símbolos $(g \circ f)' = g' \cdot f'$ o bien, si $y = f(u)$ y $u = g(x)$, en la notación de Leibniz: $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$ Observa que si $\frac{dy}{du}$ y $\frac{du}{dx}$ fueran cocientes, entonces se podría cancelar du, pero no es un cociente. Al aplicar la regla de la cadena, trabajamos de la función externa o primera función hacia la función interna o segunda función. De igual forma si f es derivable en x, g en $f(x)$, y h en $g[f(x)]$, entonces $(h \circ g \circ f)'(x) = h'[g[f(x)]] \cdot g'[f(x)] \cdot f'(x)$ Para aplicar adecuadamente la regla de la cadena, es esencial identificar correctamente las funciones f, g y h en la composición. Esto es clave para evitar errores en el proceso de derivación.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase. Actividad formativa 5.1 y 5.2.</i>	Mediación docente: 130 min.
	Explica el <i>Ejemplo formativo 5.1</i> .	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor sobre el <i>Ejemplo formativo 5.1</i>. Regla de la cadena para funciones algebraicas.				

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 5.1 1. Si $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = (x+3)^3$, determina la función compuesta $(g \circ f)(x)$. Resolución $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = (\sqrt{x} + 3)^3 \text{ y } (g \circ f)'(x) = 3(\sqrt{x} + 3)^2 \left(\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\right) = \frac{3(\sqrt{x}+3)^2}{2\sqrt{x}}.$ 2. La función $h(x) = \sqrt[3]{(x^2-2)^2}$ es la composición de $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ y $g(x) = x^2 - 2$. Calcula $h'(x)$ Resolución $h'(x) = \frac{2}{3}(x^2-2)^{-\frac{1}{3}}(2x) = \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2-2}}.$ 3. Sean $h(u) = \sqrt[3]{u}$, $u(s) = s^2 + 1$, $s(x) = \sqrt{x-2}$, determina $h[u(s(x))]$ y calcula su derivada. Resolución $h[u(s(x))] = \sqrt[3]{(\sqrt{x-2})^2 + 1} \text{ y } (h[u(s(x))])' = \frac{1}{3}[(\sqrt{x-2})^2 + 1]^{-\frac{2}{3}} \cdot [2(\sqrt{x-2})] \left[\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\right] = \frac{(\sqrt{x-2})}{3\sqrt[3]{((\sqrt{x-2})^2 + 1)^2}}.$ 4. Sean las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = x - 4$. Calcula las derivadas de $g \circ f$ y $f \circ g$. Resolución $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[x^2] = x^2 - 4. \text{ Luego la derivada de } (g \circ f)'(x) = 2x.$ Ahora, calcula $(f \circ g)(x)$ y su derivada $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x - 4] = (x - 4)^2, \text{ entonces } (f \circ g)'(x) = 2(x - 4).$				
Solicita realicen la Actividad formativa 5.1.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 5.1. Actividad formativa 5.1 1. Halla la derivada de la función $f(x) = (x^2 - 3)^2$ como función compuesta y como producto de funciones. Compara. 2. Demuestra la regla para la derivada de la composición de tres funciones, es decir, que su derivada es la derivada de la primera función evaluada en la composición de las dos restantes, por la derivada de la segunda evaluada en la tercera, por la derivada de la tercera. $(h \circ g \circ f)' = h'(g[f]) \cdot g'[f] \cdot f'$ 3. Si $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $x \neq -1$, y $g(x) = \sqrt{x}$, halla la derivada de $f \circ g$ y de $g \circ f$. 4. Halla la función derivada de cada una de las siguientes funciones: a) $f(x) = (x^2 - a^2)^5$ b) $h(s) = (1 + \sqrt[3]{s})^3$ c) $f(x) = \left[1 + x^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}}$ d) $y = (3x^2 - 5x + 1)^{20}$ e) $f(x) = \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^4 + 1}\right)^9$ f) $h(x) = \frac{x^3(1-x)^2}{x+1}$ g) $y = \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$ h) $f(x) = (x-2)\sqrt{x^2-2x+1}$				
Explica el Ejemplo formativo 5.2. Cálculo de la ecuación de la recta tangente en un punto dado de una función.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor sobre el Ejemplo formativo 5.5. Ejemplo formativo 5.2 Sea la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$, halla la ecuación de la recta tangente en el punto $P(2, 2)$ y para ello calcula su derivada en $x_0 = 2$. Resolución $f'(x) = (x^3 - 2x^2 + 2)' = 3x^2 - 4x, \text{ y para } x_0 = 2 \text{ se tiene}$ $f'(2) = (3)(2^2) - 4(2) = 12 - 8 = 4.$ Así se ha hallado el valor de la pendiente de la tangente en el punto $P(2, 2)$. Ahora puedes hallar la ecuación de la recta tangente en ese punto a partir de la expresión $y - y_1 = m(x - x_0)$. Sustituyendo se obtiene $y - 2 = 4(x - 2)$, o sea $y = 4x - 6$. Por tanto $y = 4x - 6$, es la recta tangente a la curva $y = x^3 - 2x^2 + 2$, en el punto $P(2, 2)$ como se muestra en la gráfica de la derecha.				

UAP

Docente

	Indica realizar la <i>Actividad formativa 5.2.</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 5.2.</i> <i>Actividad formativa 5.2</i> 1. Halla $f'(0)$ si a) $f(x) = \frac{1}{8}(2x^5 - 5)$ b) $f(x) = \frac{2x^4 - x}{3}$ c) $g(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ 2. Calcula el valor de la derivada, en los puntos dados: a) $g(x) = x^2 - \frac{4}{x}$, en $P(1, 3)$ b) $s(t) = (t - 1)^2$, en $P(0, 1)$ c) $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$, en $P(1, 2)$ 3. Halla en qué puntos de $y = \frac{2x^2}{x^2 + 1}$, la recta tangente es horizontal. ¿Cuál es la expresión algebraica de esta tangente? 4. Halla la ecuación de la recta tangente a la curva. a) $y = \frac{x-2}{x^2-4}$, en el punto $P(-1, 1)$ b) $y = x^2 + 2x - 8$, en el punto $P(0, -8)$				
Cierre						
	Retroalimenta sobre la regla de la cadena para funciones algebraicas.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la regla de la cadena para funciones algebraicas.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase						

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
4	Apertura					
	Establece la derivación de funciones implícitas	Trabajo en plenaria. Indagan en la Inteligencia Artificial sobre las funciones implícitas.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Explica el <i>Ejemplo formativo 5.3.</i>	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor sobre el <i>Ejemplo formativo 5.3.</i> <i>Ejemplo formativo 5.3</i> - Sea la ecuación $xy - x - 3y + 1 = 0$, donde y es derivable y función de x, es decir $y = f(x)$. Deriva respecto a x en cada miembro de la ecuación aplicando la regla de la cadena. - Dada la ecuación $y^2 + xy - xy^2 + x^2 = 0$, deriva en forma implícita. - Considera la ecuación $x^2 + y^2 = 16$. Halla y'. Resolución - Sea la ecuación $xy - x - 3y + 1 = 0$, donde y es derivable y función de x, es decir $y = f(x)$. Deriva respecto a x en cada miembro de la ecuación aplicando la regla de la cadena. $(xy - x - 3y + 1)' = 0'$ Por tanto, $(xy - x - 3y + 1)' = (xy)' - 1 - 3y' = y + xy' - 1 - 3y' = 0$. Si ahora despejas y' $y' = \frac{1 - y}{x - 3}$ Ahora podrías dejar la expresión de la derivada sólo en términos de x. Si en la ecuación $xy - x - 3y + 1 = 0$ despejas y como función de x, se tiene que $y = \frac{x-1}{x-3}$, luego $y' = \frac{1 - y}{x - 3} = \frac{1 - \frac{x-1}{x-3}}{x - 3} = -\frac{2}{(x-3)^2}$ - Dada la ecuación $y^2 + xy - xy^2 + x^2 = 0$, deriva en forma implícita. $0 = (y^2 + xy - xy^2 + x^2)' = 2y \cdot y' + y + xy' - y^2 - xy \cdot y' + 2x$ $= y'(2y + x - xy) + y - y^2 + 2x$ Si se despeja y' obtenemos $y' = \frac{y^2 - y - 2x}{2y - y^2 + x}$ Dicha expresión para la derivada es mucho más difícil de obtener despejando y previamente como función de x para derivar posteriormente. - Considera la ecuación $x^2 + y^2 = 16$. Halla y'. Al derivar implícitamente, obtienes $2x + 2y \cdot y' = 0$, de donde $y' = -\frac{x}{y}$ Si te propones obtener la expresión de la derivada en términos de x, al despejar y en la ecuación resultan dos funciones $y = f(x) = \sqrt{16 - x^2}$, así como $y = g(x) = -\sqrt{16 - x^2}$ y ambas son derivables para $-4 < x < 4$. Por tanto $y' = -\frac{x}{y} = \begin{cases} -\frac{x}{\sqrt{16-x^2}}, & \text{si } y = f(x) \text{ con } -4 < x < 4 \\ \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}, & \text{si } y = g(x) \text{ con } -4 < x < 4 \end{cases}$	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase <i>Actividad formativa 5.3.</i>	Mediación docente: 30 min.
	Indica realizar la <i>Actividad formativa 5.3.</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 5.3.</i>				

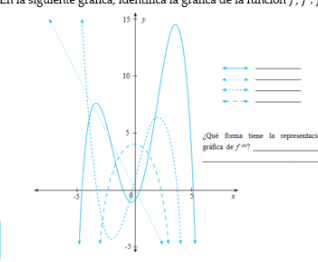
UAP

Docente

		Actividad formativa 5.3 1. Comprueba que para la función del Ejemplo formativo 5.3, inciso 1, se obtiene la misma función derivada aplicando la regla del cociente una vez despejada y en función de x. 2. Si $y = f(x)$ halla la derivada de y en a) $(3y + 2)^2 = x$ b) $x^2 + y^3 = xy$ b) $x^2 + 3y^3 = x + 5$ d) $2x^4y^2 - 6xy^3 = 4 - 8y$ 3. Halla y' por derivación implícita en $x^4y^3 - y - x = 0$, evalúa la derivada en $x_0 = 0$ y halla la ecuación de la recta tangente en el punto $P(0, 0)$. 4. Calcula la derivada de $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$ y halla las ecuaciones de las tangentes a dicha ecuación en los puntos $P(9, 4)$ y $Q(4, 9)$. Representa gráficamente.				
	Cierre					
	Retroalimenta sobre la derivada de funciones explícitas.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido sobre la derivada de funciones explícitas.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
5	Apertura					
	Establece las derivadas de orden superior.	Trabajo en plenaria. Indagan en la Inteligencia Artificial sobre la derivada de orden superior.	Formativa / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Explica el <i>Ejemplo formativo 5.4.</i>	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor sobre el <i>Ejemplo formativo 5.4.</i> <i>Ejemplo formativo 5.4</i> 1. Si $f(x) = 4x^5 - 2x^4 + 5x + 3$, halla su derivada hasta el orden 6. Resolución $f'(x) = 20x^4 - 8x^3 + 5$ $f''(x) = 80x^3 - 24x^2$ $f'''(x) = 240x^2 - 48x$ $f^{(4)}(x) = 480x - 48$ $f^{(5)}(x) = 480$ $f^{(6)}(x) = 0$ ¿Cuál será la expresión de $f^{(7)}(x)$? 4. Si $f^{(4)}(x) = 24$, halla una expresión para la función $f(x)$. Resolución $f'''(x) = 24x + a$ $f''(x) = 12x^2 + ax + b$ $f'(x) = 4x^3 + \frac{a}{2}x^2 + bx + c$ $f(x) = x^4 + \frac{a}{6}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + d$ siendo a, b, c y d números reales cualesquiera.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase <i>Actividad formativa 5.4.</i>	Mediación docente: 30 min.
	Indica realizar la <i>Actividad formativa 5.4.</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 5.4.</i> <i>Actividad formativa 5.4</i> En la siguiente gráfica, identifica la gráfica de la función f , f' , f'' y de f''' . 				
Cierre						

UAP

Docente

	Retroalimenta sobre las derivadas de orden superior.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido sobre las derivadas de orden superior.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
6	Apertura					
	Introduce la velocidad como la derivada de la función posición y la aceleración como la derivada de la velocidad.	Trabajo en plenaria. Indagan en la inteligencia artificial sobre la velocidad como la derivada de la función posición y la aceleración como la derivada de la velocidad.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10min.
	Desarrollo					
	Explica el <i>Ejemplo formativo 5.5.</i>	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor sobre el <i>Ejemplo formativo 5.5.</i> <i>Ejemplo formativo 5.5</i> Un vehículo se desplaza a lo largo de una trayectoria horizontal descrita por la ecuación $s(t) = 2t^3 - 6t^2$, donde la distancia se mide en metros y el tiempo en segundos. Calcula la velocidad y la aceleración con que marcha a los 4 segundos. Resolución Denota por A el vehículo, entonces $v_A(t) = s'(t) = 6t^2 - 12t$ y $a_A(t) = s''(t) = 12t - 12$. Para $t = 4$ segundos, se tiene $v_A(4) = s'(4) = (6)(4)^2 - (12)4 = 48 \text{ m/s}$, y $a_A(4) = s''(4) = (12)4 - 12 = 36 \text{ m/s}^2$ en cada segundo. Esto quiere decir que la velocidad cambia en 36 metros por segundo en cada segundo, lo cual se denota abreviadamente por 36 m/s^2 .	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 5.5.</i>	Mediación docente: 30 min.
	Indica realizar la <i>Actividad formativa 5.5.</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 5.5.</i> <i>Actividad formativa 5.5</i> 1. Halla la segunda derivada de las siguientes funciones: a) $h(t) = 3(t^2 - 1)^3$ b) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ c) $g(x) = e^x \ln x^2$ 2. Si $h(x) = f(2x)$ calcula la derivada hasta el orden 4 de esta función. ¿Podrías dar una expresión para la derivada de orden n de la función $h(x)$? 3. Halla las derivadas y' , y'' de la ecuación $x^2 - y^2 - 4x = -4$ y el valor de estas en el punto $P(3, 1)$. ¿Qué puedes decir sobre la recta tangente a la ecuación en dicho punto? 4. ¿Puede la gráfica de $y = \frac{1}{x^2}$ tener una tangente horizontal? Justifica tu respuesta. 5. Una partícula se desplaza según una recta y de acuerdo con la ecuación $s(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 8t + 1$. Calcula en qué tiempo la aceleración instantánea es 0 y a continuación la distancia recorrida, así como su velocidad instantánea en ese momento.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 5.5.</i>	Mediación docente: 30 min.
Cierre						
	Retroalimenta sobre la velocidad como la derivada de la función posición y la aceleración como la derivada de la velocidad.	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido sobre la velocidad como la derivada de la función posición y la aceleración como la derivada de la velocidad.			Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase						

UAP

Docente

--	--	--	--	--	--	--

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
7	Apertura					
	Aclara dudas sobre la derivada de funciones compuestas, implícitas y de orden superior.	Trabajo en plenaria. Exponen sus dudas sobre la derivada de funciones compuestas, implícitas y de orden superior.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Indica realizar la Evaluación formativa 5.1	Trabajo en equipo. Realizan la Evaluación formativa 5.1. Evaluación formativa 5.1 1. ¿Qué condiciones debe cumplir la función $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ para poder hallar su derivada respecto a x ? 2. Si $y = f(x)$, halla la derivada de $x^2 y^2 - y - x = 0$. 3. Si k es un número real constante, ¿cuál será la expresión de $h^{(n)}(x) = f(kx)$? 4. Si $s(t)$ representa la función posición de una partícula que se mueve sobre una recta horizontal, encuentra la posición, velocidad, rapidez y aceleración de la partícula en los instantes indicados en cada caso. a) $s(t) = -t^3 + 3t^2 + 7$; $t = -2$, $t = 2$ segundos. b) $s(t) = \frac{t}{t+2}$; $t = -1$; $t = 0$ segundos.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Evaluación formativa 5.1.	Mediación docente: 30 min.
	Cierre					
	Retroalimenta sobre la Evaluación formativa 5.1	Trabajo en plenaria. Comentan lo aprendido sobre la derivada de funciones compuestas, implícitas y de orden superior.			Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclasses					
	Indica el llenado del formato del logro de las metas evaluación para el aprendizaje de la Progresión 5.	Trabajo individual: Se autoevalúa y coevalúa a un compañero del equipo.			Instrumento de evaluación para el aprendizaje de la de la Progresión 5.	Estudio independiente : 30 min.

UAP

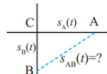
Docente

Progresión de aprendizaje 6. Razones de cambio relacionadas

UAC		Cálculo I			Fecha	Núm. de sesiones	3	
Progresión 6		Formula modelos matemáticos utilizando razones de cambio relacionadas, interpretando los resultados en el contexto de problemas interdisciplinarios.						
Categorías		Subcategorías		Aprendizajes de trayectoria		Metas de aprendizaje		
C2 Procesos de intuición y razonamiento.		S2 Pensamiento intuitivo S3 Pensamiento formal		Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana.)		M4-C2 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.		
C3 Solución de problemas y modelación		S2 Construcción de Modelos		Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.		M2-C3 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.		
						M4-C3 Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.		
C4 Interacción y lenguaje matemático.		S2 Negociación de significados S3 Ambiente matemático de Comunicación		Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.		M2-C4 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.		
Sesión	Rol del docente / Recursos		Rol del estudiante / Recursos		Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
1-3	Apertura							
	Indica leer la progresión de aprendizaje 6 para llevar a cabo la identificación de metas de aprendizaje a lograr.		Trabajo individual. Realiza la lectura de la progresión de aprendizaje 6 identifica las metas de aprendizaje a lograr.			Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad diagnóstica 6.1.

UAP

Docente

	Solicita realizar la Actividad diagnóstica 6.1 y los retroalimenta.	Trabajo individual. realizan la Actividad diagnóstica 6.1 y comparten los resultados. Evaluación diagnóstica 6.1 1. Analiza si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas, coloca una V en caso de ser verdadera y una F en el caso que sea falsa. a) La derivada del producto de dos funciones es igual al producto de () las derivadas de cada función. b) La aceleración es la razón de cambio de la velocidad respecto al () tiempo, esto es $a(t) = \dot{v}(t) = s''(t)$. c) La composición de funciones cumple con la propiedad conmutativa () $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$. 2. Halla la función derivada de la siguiente función $y = e^{x^2} \cos 3x$. 3. Si $s(t)$ representa la función posición de una partícula que se mueve sobre una recta horizontal. Encuentra la posición, velocidad, rapidez y aceleración de la partícula en los instantes indicados. $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 3$; $t = -3$, $t = 3$ segundos				
Desarrollo						
	Contextualiza la derivada mediante problemas de razones de cambio relacionadas.	Trabajo en plenaria. Intercambian puntos de vista sobre la contextualización de la derivada mediante problemas de razones de cambio relacionadas.				
	Explica el Ejemplo formativo 6.1.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor y exponen su punto de vista. Ejemplo formativo 6.1 Dos motociclistas parten de un mismo punto de una ciudad, el primero hacia el este a 45 km/h y el segundo hacia el sur a 40 km/h. Determina a qué velocidad se van separando ambos motociclistas. Resolución: Representa gráficamente la situación planteada y recuerda que la velocidad está dada por $v(t) = \frac{s}{t}$ y por tanto $s = v \cdot t$, donde s es la distancia recorrida en el tiempo t. El espacio recorrido y la velocidad dependen del tiempo transcurrido, por lo que estas son dos variables relacionadas. La distancia s recorrida por el motociclista A en un tiempo t, es $S_A(t) = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$, y la recorrida por el motociclista B es $S_B(t) = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$. Por el teorema de Pitágoras, se sabe que $S_{AB}^2 = S_A^2 + S_B^2$ $S_{AB}^2 = S_A^2 + S_B^2 = [45 \cdot t]^2 + [40 \cdot t]^2 = 2025t^2 + 1600t^2 = 3625t^2$ Por tanto, la distancia entre los dos motociclistas en un tiempo t es $S_{AB}(t) = \sqrt{3625t^2} = 60.2t$. Y como la derivada de s respecto a t es la velocidad instantánea, se tiene que la velocidad a la que se separan los dos motociclistas es $\dot{S}_{AB}(t) = 60.2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase Actividad formativa 6.1. Evaluación formativa 6.1.	Mediación docente: 30 min.
	Explica el Ejemplo formativo 6.2.	Trabajo en equipo. Siguen la explicación del profesor y plantean sus dudas.				

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 6.2 Un comerciante vende un producto en la actualidad a \$10.00, el cual tiene un incremento anual de su precio en \$1.00. Con el precio actual vende 100 mil unidades, aunque la tendencia es que el número de productos vendidos decrece cada año en 5 mil. El comerciante desea conocer a qué razón cambia el ingreso total y si este crece o decrece. Resolución El ingreso viene dado por la fórmula $I = C \cdot p$, donde C es la cantidad de unidades y p el precio. Como las cantidades y el precio cambian con el tiempo, entonces $I(t) = C(t) \cdot p(t)$. Sabes que el precio del producto aumenta \$1 peso cada año, por lo que $p(t) = 10 + t$ y la cantidad de productos vendidos disminuye en cinco mil unidades cada año, por lo que $C(t) = 100000 - 5000t$. La razón de cambio como conoces, está dada por la derivada en este caso de $I(t)$. Apliquemos la regla del producto para derivar. $I'(t) = C'(t) \cdot p(t) + C(t) \cdot p'(t).$ La razón de cambio del precio es $p'(t) = (10 + t)' = 1$ y la de la cantidad de producto vendido es $C'(t) = (100000 - 5000t)' = -5000$ con valor negativo, pues decrece la cantidad que se vende. Como la cantidad inicial es $C_0(t) = 100000$ y en el momento inicial t_0, el precio inicial, es $p(t_0) = 10$, se tiene que $I'(t_0) = (-5,000)(10) + (100,000)(1) = 50000$ El ingreso total está creciendo, ya que la razón de cambio es positiva.					
Solicita realizar la <i>Actividad formativa 6.1</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 6.1</i>. <i>Evaluación formativa 6.1</i> 1. Una mujer que trota con rapidez constante de 10 km/h pasa por un punto P hacia el norte. Diez minutos más tarde un hombre que trota a razón constante de 9 km/h pasa por el mismo punto hacia el este. ¿Cuán rápido varía la distancia entre los trotadores veinte minutos después de que el hombre pasa por P? 2. Un depósito para agua tiene la forma de un cono circular invertido; el radio de la base es de 2 m, y la altura es de 4 m. Si el agua se bombea hacia el depósito a razón de 2 m³/min, determine la rapidez a la cual el nivel del agua sube cuando el agua tiene 3 m de profundidad.					
Indica realizar la <i>Evaluación formativa 6.1</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Evaluación formativa 6.1</i>. <i>Evaluación formativa 6.1</i> 1. Una mujer que trota con rapidez constante de 10 km/h pasa por un punto P hacia el norte. Diez minutos más tarde un hombre que trota a razón constante de 9 km/h pasa por el mismo punto hacia el este. ¿Cuán rápido varía la distancia entre los trotadores veinte minutos después de que el hombre pasa por P? 2. Un depósito para agua tiene la forma de un cono circular invertido; el radio de la base es de 2 m, y la altura es de 4 m. Si el agua se bombea hacia el depósito a razón de 2 m³/min, determine la rapidez a la cual el nivel del agua sube cuando el agua tiene 3 m de profundidad.					
Cierre						
Recapitula sobre la resolución de problemas de cambio relacionadas.	Trabajo en plenaria. Expresan lo aprendido sobre la resolución de problemas de cambio relacionadas	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.	
Trabajo extraclase						

UAP

Docente

Progresión de aprendizaje 7. Derivadas de funciones trigonométricas

UAC	Cálculo I			Fecha		Núm. de sesiones	4
Progresión 7	Deduce las reglas de derivación para funciones trigonométricas directas e inversas, analizando sus propiedades y aplicaciones.						
Categorías	Subcategorías	Aprendizajes de trayectoria			Metas de aprendizaje		
C1 Procedural.	S2 Elementos geométricos S3 Elementos variacionales	Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.			M2-C1 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.		
C2 Procesos de intuición y razonamiento.	S3 Pensamiento formal	Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana.)			M3-C2 Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.		
C4 Interacción y lenguaje matemático	S1 Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico	Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.			M1-C4 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.		
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos		Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
	Apertura						
	Indica leer la progresión de aprendizaje 7 para llevar a cabo la identificación de metas de aprendizaje a lograr.	Trabajo individual. Realiza la lectura de la progresión de aprendizaje 7 identifica las metas de aprendizaje a lograr.		Diagnóstica/ autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Evaluación diagnóstica 7.1	Mediación docente: 10 min
	Indica realizar la Evaluación diagnóstica 7.1	Trabajo en plenaria: Realiza la Evaluación diagnóstica 7.1.					

UAP

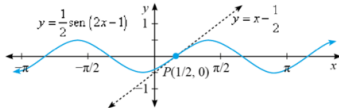
Docente

1

	Evaluación diagnóstica 7.1 1. Expresa si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas <table><tr><td>Afirmación</td><td>V/F</td></tr><tr><td>Si $f(x) = \pi^3$, entonces $f'(x) = 3\pi^2$.</td><td></td></tr><tr><td>La derivada de un producto de funciones es el producto de las derivadas de cada función.</td><td></td></tr><tr><td>Si la tangente a la gráfica de $y = f(x)$ es horizontal en x_0, entonces $f'(x_0) = 0$.</td><td></td></tr><tr><td>Si $f'(x) = g'(x)$, entonces $f(x) = g(x)$.</td><td></td></tr><tr><td>Si $h(x) = g[f(x)]$, $g(x)$ es derivable en $f(x_0)$ y $f'(x_0) = 0$, entonces $h'(x_0) = 0$.</td><td></td></tr><tr><td>Si $f(x) = (x^3 - a^3)^4$, entonces $f'(x) = 36x^2a^2(x^3 - a^3)^3$.</td><td></td></tr><tr><td>Las funciones periódicas son funciones uno a uno.</td><td></td></tr><tr><td>Las funciones periódicas se caracterizan por tener un periodo que se repite de manera continua.</td><td></td></tr><tr><td>Las funciones periódicas poseen una función inversa en todo su dominio.</td><td></td></tr></table>	Afirmación	V/F	Si $f(x) = \pi^3$, entonces $f'(x) = 3\pi^2$.		La derivada de un producto de funciones es el producto de las derivadas de cada función.		Si la tangente a la gráfica de $y = f(x)$ es horizontal en x_0 , entonces $f'(x_0) = 0$.		Si $f'(x) = g'(x)$, entonces $f(x) = g(x)$.		Si $h(x) = g[f(x)]$, $g(x)$ es derivable en $f(x_0)$ y $f'(x_0) = 0$, entonces $h'(x_0) = 0$.		Si $f(x) = (x^3 - a^3)^4$, entonces $f'(x) = 36x^2a^2(x^3 - a^3)^3$.		Las funciones periódicas son funciones uno a uno.		Las funciones periódicas se caracterizan por tener un periodo que se repite de manera continua.		Las funciones periódicas poseen una función inversa en todo su dominio.					
Afirmación	V/F																								
Si $f(x) = \pi^3$, entonces $f'(x) = 3\pi^2$.																									
La derivada de un producto de funciones es el producto de las derivadas de cada función.																									
Si la tangente a la gráfica de $y = f(x)$ es horizontal en x_0 , entonces $f'(x_0) = 0$.																									
Si $f'(x) = g'(x)$, entonces $f(x) = g(x)$.																									
Si $h(x) = g[f(x)]$, $g(x)$ es derivable en $f(x_0)$ y $f'(x_0) = 0$, entonces $h'(x_0) = 0$.																									
Si $f(x) = (x^3 - a^3)^4$, entonces $f'(x) = 36x^2a^2(x^3 - a^3)^3$.																									
Las funciones periódicas son funciones uno a uno.																									
Las funciones periódicas se caracterizan por tener un periodo que se repite de manera continua.																									
Las funciones periódicas poseen una función inversa en todo su dominio.																									
Desarrollo																									
Aborda las reglas de derivación de funciones trigonométricas.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Fórmulas de derivación para las funciones trigonométricas $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \sec^2 x$ $(\csc x)' = -\csc x \cdot \cot x$ $(\sec x)' = \sec x \cdot \tan x$ $(\cot x)' = -\csc^2 x$	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6 y 7.7 Evaluación formativa 7.1	Mediación docente: 180 min																				
Explica la Actividad formativa 7.1	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 7.1. Actividad formativa 7.1 1. Obtén la derivada de la función $f(x) = \cos x$. Resolución Recuerda la identidad trigonométrica: $\cos(x + h) = \cos x \cdot \cos h - \sin x \cdot \sin h$ Entonces $(\cos x)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \cos x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} - \sin x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h}$$= \cos x \cdot (0) - \sin x \cdot (1) = -\sin x$ Por tanto $(\cos x)' = -\sin x$																								
Explica la Actividad formativa 7.2	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 7.2. Actividad formativa 7.2 1. Comprueba las siguientes fórmulas de derivación. a) $(\cot x)' = -\csc^2 x$ b) $(\sec x)' = \sec x \cdot \tan x$ c) $(\csc x)' = -\csc x \cdot \cot x$ 2. Halla las derivadas de las siguientes funciones. a) $f(x) = 1 - \sin x$ c) $g(x) = (2 \sin x - \cos x)^2$ e) $h(x) = \frac{\cos x - 2}{x^2}$ g) $u(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$ b) $h(t) = (3t - 2t^2) \cos t$ d) $u(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos x}$ f) $g(x) = 3 \sin x - 3$ h) $f(x) = 4 \sin x \cdot \cos x$																								

UAP

Docente

	Explica la Actividad formativa 7.3	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 7.3. Actividad formativa 7.3 1. Halla una ecuación para la recta tangente a la curva dada por $y = \frac{1}{2} \sin(2x - 1)$ en el punto $P(\frac{1}{2}, 0)$ y representa gráficamente ambas curvas. Resolución La derivada $y' = \cos(2x - 1)$ y para el valor $x_0 = \frac{1}{2}$ se tiene $y' = 1$. Por tanto, la tangente tiene como pendiente 1. Ahora utiliza $y - y_0 = m(x - x_0)$ para hallar la ecuación de la tangente. Sustituyendo se obtiene $y = x - \frac{1}{2}$. Utilizando un graficador comprobamos el resultado obtenido. 			
	Explica el Ejemplo formativo 7.1	Trabajo en plenaria. Realizan el Ejemplo formativo 7.1. Ejemplo formativo 7.1 1. Sea la función $v(t) = \sin(2t^2 - 2t + 1)$. Halla $v'(t)$. Resolución Considera $g(u) = \sin u$, $u(t) = 2t^2 - 2t + 1$. Ambas son funciones derivables y la expresión general para la regla de la cadena $(g \circ f)' = g'[f] \cdot f'$, con f y g derivables, permite calcular la derivada de $v(t)$. $v'(t) = [\sin(2t^2 - 2t + 1)]' = [\cos(2t^2 - 2t + 1)] \cdot (4t - 2) = (4t - 2)\cos(2t^2 - 2t + 1)$.			
	Explica la Actividad formativa 7.4	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 7.4. Actividad formativa 7.4 Halla la derivada de: a) $f(x) = \cos 2x$ b) $h(x) = \cos x^2$ c) $f(x) = \cos^2 x$ d) $y = 3 \tan 2x$ e) $v(t) = \sqrt{\sin t}$ f) $v(t) = \sqrt{\sin(3t^2 + 4t - 2)}$ g) $y = 2 \cot(\frac{\pi}{2}x + 2\pi)$ h) $f(x) = \cos^2(2x) - 3 \cos(2x) + 2$			
	Explica el Ejemplo formativo 7.2	Trabajo en plenaria. Realizan el Ejemplo formativo 7.2. Ejemplo formativo 7.2 1. Comprueba que si $y = \arccos x$, entonces $x = \cos y$. Resolución Sabes que $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$, luego $\cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y}$ $x = \cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y}$, de donde despejando $\sin y = \sqrt{1 - x^2}$ Por tanto, $\sin[\arccos(x)] = \sin y = \sqrt{1 - x^2}$.			

UAP

Docente

Explica la <i>Actividad formativa 7.5</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 7.5</i>. <i>Actividad formativa 7.5</i> 1. Determina el valor numérico de: a) $\arcsen\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ b) $\arctan(-1)$ c) $\cos\left[\arcsen\left(\frac{1}{2}\right)\right]$ 2. Determina a qué es igual cada una de las siguientes expresiones. a) $\cos[\arcsen(x)]$ b) $\cot[\operatorname{arccot}(x)]$ c) $\tan[\arccos(x)]$				
Explica la <i>Actividad formativa 7.6</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 7.6</i>. <i>Actividad formativa 7.6</i> Halla la derivada de $y = \arctan x$, aplicando la identidad $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$. Resolución De acuerdo con la fórmula $f'(x) = \frac{1}{(f^{-1})'(y)}$ para la derivada de la función inversa, se tiene $y' = (\arctan x)' = \frac{1}{(\sec^2 y)}$ y, por tanto, como $y = \tan x$, $(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$.				
Aborda las reglas de derivación de funciones trigonométricas inversas.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Fórmulas de derivación para las funciones trigonométricas inversas $(\arcsen x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, -1 < x < 1$ $(\operatorname{arccsc} x)' = \frac{-1}{ x \sqrt{x^2-1}}, x > 1$ $(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, -1 < x < 1$ $(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}}, x > 1$ $(\arctan x)' = \frac{1}{(1+x^2)}, x \in \mathbb{R}$ $(\operatorname{arccot} x)' = \frac{-1}{1+x^2}, x \in \mathbb{R}$				
Explica la <i>Actividad formativa 7.7</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 7.7</i>. <i>Actividad formativa 7.7</i> 1. Aplica las reglas de derivación, así como las fórmulas para derivar las funciones trigonométricas inversas para hallar la derivada de las siguientes funciones. a) $y = x^2 \arcsen(x)$ b) $y = \arccos(\pi x^3)$ c) $y = [\arctan(x)]^3$ d) $y = -\frac{1}{2} \arcsen\left(\frac{1}{x^2}\right)^2$				
Indica realizar la <i>Evaluación formativa 7.1</i>	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Evaluación formativa 7.1</i>.				

UAP

Docente

		Evaluación formativa 7.1 1. Halla la función derivada de cada una de las siguientes funciones: a) $y = x^2 \tan x - 4 \cot x$ b) $y = \cot(2x) \cos^2(5x)$ c) $y = \arccos(3x^5)$ d) $y = \tan(\sqrt{x} + 5)$ e) $y = \operatorname{arccot} \sqrt{x+1}$ f) $y = \arcsen(x+1)^2$ g) $y = 2 \cot\left(\frac{\pi}{2}x + 2\pi\right)$ h) $v(t) = \sqrt{\sen(3t^2 + 4t - 2)}$ 2. Si $\sen(x+y) = y^2 \cos x$, encuentra y'. 3. Si $f(x) = \sen^2 x$, halla $f'''(x)$. 4. Si $s(t)$ representa la función posición de una partícula que se mueve sobre una recta horizontal, encuentra la posición, velocidad, rapidez y aceleración de la partícula en los instantes indicados en cada caso. a) $s(t) = t + \sen(\pi t)$, $t = 1$ y $t = 3/2$ segundos. b) $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$, $t = 1$ y $t = 3/2$ segundos.				
	Retroalimenta el cálculo de derivadas de funciones trigonométricas directas e inversas.	Trabajo en plenaria: Discuten sobre el cálculo de derivadas de funciones trigonométricas directas e inversas.	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 10 min

UAP

Docente

Progresión de aprendizaje 8. La derivada de la función exponencial y logarítmica

UAC	Cálculo I			Fecha	Núm. de sesiones	4	
Progresión 8	Formula las reglas de derivación para funciones exponenciales y logarítmicas, comparando sus propiedades con las de funciones algebraicas y trigonométricas.						
Categoría	Subcategorías	Aprendizaje de trayectoria		Metas de aprendizaje			
C1 Procedural	S1 Elementos aritmético-algebraicos S3 Elementos variacionales	Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.		M2-C1 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.			
C2 Procesos de Intuición y Razonamiento	S1 Capacidad para observar y conjeturar S3 Pensamiento formal	Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).		M3-C2 Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.			
C4 Interacción y lenguaje matemático	S2 Negociación de significados	Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.		M2-C4 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.			
Sesión	Rol del docente / Recursos		Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
1-4	Apertura						
	Indica leer la progresión de aprendizaje 8 para llevar a cabo la identificación de metas de aprendizaje a lograr.		Trabajo individual. Realiza la lectura de la progresión de aprendizaje 8 identifica las metas de aprendizaje a lograr.	Diagnóstica/ autoevaluación	Observación/ Guía de observación	Evaluación diagnóstica 8.1.	Mediación docente: 10 min.
	Indica realizar la Evaluación diagnóstica 8.1		Trabajo en plenaria: Realiza la Evaluación diagnóstica 8.1.				

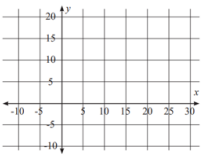
UAP

Docente

	Evaluación diagnóstica 8.1 1. Expresa si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas <table><tr><td>Afirmación</td><td>V/F</td></tr><tr><td>Si $f(x) = e^2$, entonces $f'(x) = 2e$.</td><td></td></tr><tr><td>Si $f(x) = \text{sen}^2 x + 5$, entonces $f'(x) = 2(\cos x)(\text{sen } x)$</td><td></td></tr><tr><td>La derivada de un cociente de funciones es el cociente de las derivadas de cada función.</td><td></td></tr><tr><td>Si $f(x) = 3^x - x^3$, entonces $f'(x) = x3^{x-1} - 3x^2$</td><td></td></tr><tr><td>Si $f(x) = \cos x^2$, entonces $f'(x) = -2x(\cos x^2)(\text{sen } x^2)$</td><td></td></tr></table>	Afirmación	V/F	Si $f(x) = e^2$, entonces $f'(x) = 2e$.		Si $f(x) = \text{sen}^2 x + 5$, entonces $f'(x) = 2(\cos x)(\text{sen } x)$		La derivada de un cociente de funciones es el cociente de las derivadas de cada función.		Si $f(x) = 3^x - x^3$, entonces $f'(x) = x3^{x-1} - 3x^2$		Si $f(x) = \cos x^2$, entonces $f'(x) = -2x(\cos x^2)(\text{sen } x^2)$					
Afirmación	V/F																
Si $f(x) = e^2$, entonces $f'(x) = 2e$.																	
Si $f(x) = \text{sen}^2 x + 5$, entonces $f'(x) = 2(\cos x)(\text{sen } x)$																	
La derivada de un cociente de funciones es el cociente de las derivadas de cada función.																	
Si $f(x) = 3^x - x^3$, entonces $f'(x) = x3^{x-1} - 3x^2$																	
Si $f(x) = \cos x^2$, entonces $f'(x) = -2x(\cos x^2)(\text{sen } x^2)$																	
Desarrollo																	
Introduce la función potencia.	Trabajo individual. Siguen la explicación del profesor.	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 8.1, 8.2, 8.3, 8.4 y 8.5 Evaluación formativa 7.1	Mediación docente: 180 min.												
Explica el Ejemplo formativo 8.1.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 8.1. Ejemplo formativo 8.1 1. Halla el valor de $s(t) = 3^{t^2+1}$ en $t = 2$. 2. Dada la función $f(x) = 3^{x-1}$, determina para qué valor de x , $f(x) = 27$. Resolución 1. Halla el valor de $s(t) = 3^{t^2+1}$ en $t = 2$. $s(2) = 3^{2^2+1} = 3^5 = 243$ 2. Dada la función $f(x) = 3^{x-1}$, determina para qué valor de x , $f(x) = 27$. En ese caso $f(x) = 3^{x-1} = 27 = 3^3$, por lo que de acuerdo con las propiedades de la potencia $x - 1 = 3$ y $x = 4$.																
Indica realizar la Actividad formativa 8.1.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 8.1. Actividad formativa 8.1 1. Halla el valor de x . a) $3^x = 81$ b) $5^x = \frac{1}{25}$ c) $2^x = \frac{16}{\sqrt{2}}$ d) $5^{x^2-9} = 25$ e) $((81)(3^x))^x = \frac{1}{81}$ 2. ¿A qué número hay que elevar $4\sqrt{4}$ para obtener 64? 3. Si $f(x) = (2\pi)^x$, halla el valor de $f(3)$. 4. Si $g(x) = (\frac{1}{2})^x$, calcula $g(-3)$. 5. En el ejemplo de la fisión binaria de las bacterias descrito por la relación $N(t) = 2^t$, ¿qué tiempo en horas debe transcurrir para que ya sean 512 bacterias?																
Explica el Ejemplo formativo 8.2.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 8.2.																

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 8.2 1. Calcula la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = xe^x$ b) $f(x) = e^{x^2}$ c) $f(x) = \frac{e^x-2}{2x}$ Resolución a) $f'(x) = (xe^x)' = e^x + xe^x = (x+1)e^x$ b) $f'(x) = (e^{x^2})' = e^{x^2}(2x) = 2xe^{x^2}$ c) $f'(x) = \left(\frac{e^x-2}{2x}\right)' = \frac{e^x(2x)-(e^x-2)(2)}{4x^2} = \frac{2e^x(x-1)+4}{4x^2} = \frac{(x-1)e^x+2}{2x^2}$																																				
Indica realizar la Actividad formativa 8.2.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 8.2. Actividad formativa 8.2 1. ¿Puedes obtener la cuarta cifra decimal del número e, a partir de una tabla como se hizo para obtener la aproximación de tres cifras? 2. Calcula la derivada de las siguientes funciones. a) $y = \frac{e^x}{\sin x}$ b) $y = e^{\sin x}$ c) $y = e^x \sin x$ d) $y = xe^{\sin x}$ e) $f(x) = (e^{2x} + 3)^{\frac{1}{2}}$ f) $g(x) = \sin x \cdot e^{\cos x}$ g) $h(x) = \cos^2 x \cdot e^x$ h) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$ i) $h(x) = \cos x^2 \cdot e^{x^2}$ 3. En el Ejemplo formativo 7.2 inciso a) calcule la derivada de $f(x) = xe^x$ y se obtuvo $f'(x) = (x+1)e^x$ Calcula la segunda y tercera derivada de $f(x)$, ¿A qué conclusión llegas y cuál será la expresión de la derivada de orden n de esta función? 4. Determina una función $f(x)$ tal que $f'(x) = 2xe^{x^2}$.																																				
Introduce la función logaritmo.	Trabajo individual. Siguen la explicación del profesor.																																				
Indica realizar la Actividad formativa 8.3.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 8.3. Actividad formativa 8.3 1. Completa las tablas que aparecen a continuación para las funciones $y = \log_{1/2} x$ y para $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ para comprobar la simetría de la función logaritmo respecto a la función exponencial. Traza las gráficas correspondientes, así como la del eje de simetría. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-3</td><td></td></tr><tr><td></td><td>4</td></tr><tr><td>-1</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td></td><td>0.5</td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr></table> $y = \log_{1/2} x$<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>8</td><td>-3</td></tr><tr><td></td><td>-2</td></tr><tr><td></td><td>-1</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>3</td></tr></table> 	x	y	-3			4	-1		0			0.5	2		3		x	y	8	-3		-2		-1				1				3				
x	y																																				
-3																																					
	4																																				
-1																																					
0																																					
	0.5																																				
2																																					
3																																					
x	y																																				
8	-3																																				
	-2																																				
	-1																																				
	1																																				
	3																																				

UAP

Docente

	Explica las propiedades de los logaritmos.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. 1. Logaritmo de un producto 3. Logaritmo de una potencia $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ $\log_a x^n = n \log_a x$ 2. Logaritmo de un cociente 4. Logaritmo de una raíz $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$ $\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$ Demostremos la primera de estas propiedades. $\square$ Sean $\log_a x = X$, $\log_a y = Y$ entonces $x = a^X, y = a^Y$. Si aplicamos la propiedad del producto de potencias se tiene $x \cdot y = a^X \cdot a^Y = a^{X+Y}$, luego por definición de logaritmo $\log_a(x \cdot y) = X + Y = \log_a x + \log_a y$.				
	Indica realizar la Actividad formativa 8.4.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 8.4. Actividad formativa 8.4 1. ¿Cuál es el valor de los logaritmos siguientes? a) $\log_3 243$ b) $\log_{\sqrt{e}} 625$ c) $\log_{10} 0.001$ d) $\log_{10} 1$ e) $\log_a a, a > 0$ f) $\log_5 \sqrt{25}$ 2. ¿Si $a > 0$, a qué es igual $\log_a a^x$? 3. Calcula, aplicando las propiedades de los logaritmos. a) $\log_5 25^{25}$ b) $\log_4 64 + \log_6 36$ c) $\log_2 160 - \log_2 5$ d) $\frac{\log_{10} 1000000}{\log_{10} 100}$ e) $\frac{2 \log_5 9 - \log_5 27}{\log_5 2}$				
	Explica el Ejemplo formativo 8.3.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 8.3. Ejemplo formativo 8.3 1. Demuestra que $(a^x)' = (\ln a)a^x$. Demostración Sea $y = a^x$, entonces $\ln y = \ln a = x \ln a$, de donde $a^x = e^{x \ln a}$. Aplicando la regla de la cadena, se obtiene $(a^x)' = [e^{(x \ln a)}]' = e^{x \ln a} \cdot \ln a$. Si ahora sustituyes $e^{x \ln a}$, obtienes $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ Y por tanto $(a^x)' = (\ln a)a^x$.				
	Explica el Ejemplo formativo 8.4.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 8.4.				

UAP

Docente

		Ejemplo formativo 8.4 1. Halla la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = x^{\sqrt{5}}$ b) $y = \sqrt{5}^x$ c) $y = 5^{(x^2-1)}$ Resolución a) $f'(x) = [x^{\sqrt{5}}]' = \sqrt{5} \cdot x^{\sqrt{5}-1}$ b) $y' = [\sqrt{5}^x]' = (\ln \sqrt{5}) (\sqrt{5})^x$ c) $y' = [5^{(x^2-1)}]' = (\ln 5) \cdot [5^{(x^2-1)}]' \cdot (2x) = 2(\ln 5)5^{(x^2-1)}$				
	Indica realizar la Actividad formativa 8.5.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 8.5. Actividad formativa 8.5 1. Sea $h(x) = \sqrt{\log_{10} x}$. Calcula $h'(x)$. Resolución Sea $h(x) = \sqrt{\log_{10} x}$, la función compuesta de $s(u) = \sqrt{u}$ y $u(x) = \log_{10} x$ $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\log_{10} x}} \cdot [\log_{10} x]' = \frac{1}{2\sqrt{\log_{10} x}} \cdot \frac{1}{x}$ De donde $h'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\log_{10} x}}$				
	Hace un resumen de las reglas de derivación de las funciones exponenciales y logarítmica.	Trabajo en plenaria. Plantean dudas. $(e^x)' = e^x \quad (a^x)' = (\ln a) \cdot a^x \quad (a^{u(x)})' = (\ln a)a^{u(x)} \cdot u'(x)$ $(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (\log_a x)' = \frac{1}{(\ln a)x} = \frac{\log_a e}{x} \quad [\log_a u(x)]' = \frac{\log_a e}{u(x)} \cdot u'(x) = \frac{u'(x)}{(\ln a)u(x) \cdot x}$				
	Indica realizar la Actividad formativa 8.6.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 8.6. Actividad formativa 8.6 1. Halla la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ b) $g(x) = \sqrt[3]{\ln x}$ c) $h(x) = \ln \sin^2 x$ 2. De acuerdo con la composición de funciones, considera a $h(x) = \sqrt{\log_{10}(x+1)}$ como la composición de tres funciones, calcula $h'(x)$. 3. Halla la ecuación de la recta tangente a la función $y = \ln x$, si la pendiente de esta recta es 1.				
	Solicita realizar la Evaluación formativa 8.1.	Trabajo en plenaria. Realizan la Evaluación formativa 8.1.				

UAP

Docente

		Actividad formativa 8.6 1. Halla la derivada de las siguientes funciones. a) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ b) $g(x) = \sqrt[3]{\ln x}$ c) $h(x) = \ln \sin^2 x$ 2. De acuerdo con la composición de funciones, considera $h(x) = \sqrt{\log_{10}(x + 1)}$ como la composición de tres funciones, calcula $h'(x)$. 3. Halla la ecuación de la recta tangente a la función $y = \ln x$, si la pendiente de esta recta es 1.				
	Cierre					
	Propicia la discusión sobre la derivación de las funciones exponenciales y logarítmica.	Trabajo en equipo. Discuten sobre la derivación de las funciones exponenciales y logarítmica.	Diagnóstica/ autoevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase</i>	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					

UAP

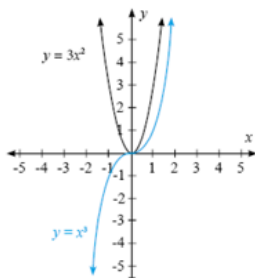
Docente

Progresión de aprendizaje 9. Análisis y representación gráfica de funciones

UAC	Cálculo I			Fecha	Núm. de sesiones	12	
Progresión 9	Evalúa el comportamiento de funciones utilizando derivadas, sintetizando información sobre monotonía, extremos, concavidad y puntos de inflexión para construir representaciones gráficas.						
Categoría	Subcategorías	Aprendizaje de trayectoria		Metas de aprendizaje			
C1 Procedural	S2 Elementos geométricos S3 Elementos variacionales	Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.		M2-C1 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.			
C2 Procesos de Intuición y Razonamiento	S1 Capacidad para observar y conjeturar S3 Pensamiento formal	Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).		M3-C2 Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.			
C4 Interacción y lenguaje matemático	S1 Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico	Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.		M1-C4 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.			
Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos		Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
	Apertura						

UAP

Docente

1-2	Solicita a los estudiantes realizar la Evaluación diagnóstica 9.1	Trabajo en plenaria. Realizan la Evaluación diagnóstica 9.1. Evaluación diagnóstica 9.1 1. Si $f(x) = xe^x$, entonces: a) $f'(0) = 1$ b) $f'(0) = e$ c) $f'(0) = 2$ 2. La derivada de la función $f(x) = \sqrt{6x+1}$ es: a) $\frac{3}{\sqrt{6x+1}}$ b) $\frac{6}{\sqrt{6x+1}}$ c) $-\frac{6}{\sqrt{6x+1}}$ 3. La segunda derivada de la función $f(x) = 2x^3 + 4x^2 + 6x + 6$, es: a) $f''(x) = 6x^2 + 8x + 6$ b) $f''(x) = 12x + 8$ c) $f''(x) = 12x^2 + 8x$ d) $f''(x) = 12x^2 + 4x + 6$	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Introduce la monotonía de una función.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor. Criterio de la primera derivada Sea $f(x)$ derivable en un intervalo $I \subset \mathcal{R}$. Para todo x perteneciente a I: a) Si $f'(x) > 0$ entonces $f(x)$ es creciente en el intervalo I. b) Si $f'(x) < 0$ entonces $f(x)$ es decreciente en el intervalo I.				
	Explica el Ejemplo formativo 9.1.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor sobre el Ejemplo formativo 9.1. Ejemplo formativo 9.1 Dada la función $f(x) = x^3$, analicemos el comportamiento de esta función en relación con el signo de su derivada y para ello utilicemos su representación gráfica. En la gráfica de la derecha, puedes observar el comportamiento de esta función en relación con el signo de su derivada. La derivada de $f(x) = x^3$ es $f'(x) = 3x^2$. La parábola $y = 3x^2$ representa la derivada de $y = x^3$, respecto a su comportamiento. Para $x > 0$, $f'(x) = 3x^2 > 0$ y la función $f(x) = x^3$ es creciente. Para $x < 0$, $f'(x) = 3x^2 > 0$ y la función $f(x) = x^3$ también es creciente. 	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 9.1	Mediación docente: 80 min.
	Formaliza el criterio de la	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor sobre el				

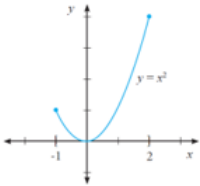
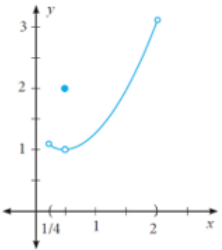
UAP

Docente

primera derivada.	Criterio de la primera derivada Sea $f(x)$ derivable en un intervalo $I \subset \mathbb{R}$. Para todo x perteneciente a I: a) Si $f'(x) > 0$ entonces $f(x)$ es creciente en el intervalo I. b) Si $f'(x) < 0$ entonces $f(x)$ es decreciente en el intervalo I.				
Explica el Ejemplo formativo 9.2.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor sobre el ejemplo formativo. Ejemplo formativo 9.2 La función $f(x) = \sin x$ tiene como derivada $f'(x) = \cos x$. - Para $0 < x < \pi/2$, la función derivada $f'(x) = \cos x > 0$ y consecuentemente la función $f(x) = \sin x$ es creciente en ese intervalo. - Para $\pi/2 < x < 3\pi/2$, la función derivada $f'(x) = \cos x < 0$ y $f(x) = \sin x$ es decreciente en ese intervalo. - Para $-3\pi/2 < x < \pi$, $f'(x) = \cos x > 0$ y $f(x) = \sin x$ es creciente en ese intervalo. Utiliza, por ejemplo, la aplicación <u>Desmos</u> para obtener las gráficas de la función $f(x) = \sin x$ y de su derivada $f'(x) = \cos x$ y comprueba las afirmaciones anteriores. Analiza qué ocurre con estas funciones en los puntos $0, \pi/2, -3\pi/2$ y π .				
Indica realizar la Actividad formativa 9.1	Trabajo en equipo. Realizan Actividad formativa 9.1 . Actividad formativa 9.1 - Sea $f(x) = ax + b$. Utiliza el criterio de la primera derivada, ¿para qué valores de a la función $f(x)$ es creciente (decreciente) en el intervalo $(-\infty, +\infty)$? - Representa gráficamente $f(x) = (x - 1)^3$ y determina si es creciente o decreciente en: a) $(-\infty, 1)$ b) $(1, +\infty)$ c) $(-1, 1)$ - Haz la representación gráfica de $y = -(x - 2)^2$ 4. Determina su comportamiento para: a) $x < 2$ b) $x > 2$ c) Analiza qué sucede en $x = 2$. d) ¿Qué se puede decir de la derivada de $f(x)$ en cada una de las situaciones anteriores?				
Cierre					
Pregunta sobre la monotonía de una función.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre sobre la monotonía de una función.	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase					

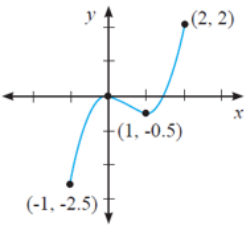
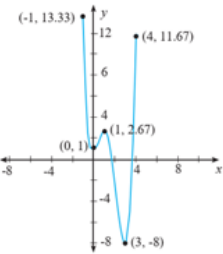
UAP

Docente

3-5	Apertura					
	Define los extremos locales y globales de una función.	Trabajo en plenaria. Indagan en la Inteligencia Artificial sobre los valores extremos locales y globales de una función. Sea $f(x)$ una función numérica y consideremos cualquier intervalo I incluido en su dominio, en particular el propio dominio de $f(x)$, así como un punto c perteneciente a I. Entonces a) $f(c)$ es un máximo absoluto de f en I, si $f(c) \geq f(x)$ para todo x perteneciente a I. b) $f(c)$ es un mínimo absoluto de f en I, si $f(c) \leq f(x)$ para todo x perteneciente a I.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación / Guía de observación	Participación en clase	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Explica el Ejemplo formativo 9.3	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 9.3 1. La función $y = x^2$ sobre el intervalo cerrado $[-1, 2]$ tiene un mínimo en 0 que es $y(0) = 0$ y un máximo en $x = 2$ que es $y(2) = 4$, como se aprecia en la gráfica de la derecha.  2. La función $y = \begin{cases} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1, & \frac{1}{2} < x < 2 \\ 2, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$ representada en la gráfica de la derecha, es una función discontinua y no tiene máximo, ni mínimo. 	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Actividad formativa 9.2 y 9.3	Mediación docente: 130 min.
	Explica el Ejemplo formativo 9.4	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor.				

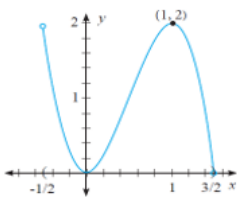
UAP

Docente

		Ejemplo formativo 9.4 En la gráfica de la derecha se muestra la función $f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2}{2}, -1 \leq x \leq 2$ Para $x = 2$ esta función tiene el valor máximo absoluto $f(2) = 2$ y mínimo absoluto en $x = -1$, con $f(-1) = -2.5$. Si se considera el intervalo abierto $(-1, 2)$ no tendría ni máximo ni mínimo. Si se considera el intervalo semiabierto tendría uno de los valores extremos máximo o mínimo según sea abierto en $x = -1$ o $x = 2$. 				
Solicita realizar la Actividad formativa 9.2.		Trabajo en equipo. Realizan Actividad formativa 9.2. Actividad formativa 9.2 Dada la función $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 + 6x + 1, -1 \leq x \leq 4$ cuya representación se muestra en la gráfica de la derecha, responde: - La función tiene un máximo absoluto en _____. - Un mínimo absoluto en _____. - Hay un mínimo relativo en _____. - Si hay algún otro máximo local, está en _____. - Escribe un intervalo donde $f(1)$ sea un máximo relativo o local _____. 				
Enuncia el teorema de Fermat.		Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor. Teorema de Fermat Si $f(x)$ tiene un máximo o mínimo local en c y $f'(c)$ existe, entonces $f'(c) = 0$.				
Explica el Ejemplo formativo 9.5		Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor.				

UAP

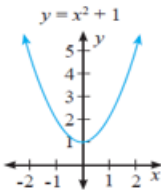
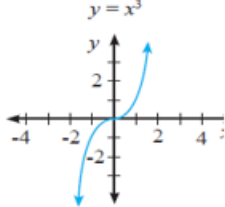
Docente

	Ejemplo formativo 9.5 Determinación de los extremos locales de la función $f(x) = -4x^3 + 6x^2$ en el intervalo $(-1/2, 3/2)$. Calcula $f'(x)$ e iguala cero. Así, obtienes $f'(x) = -12x^2 + 12x = 0, \text{ o bien } 12x(-1 + x) = 0$ luego los números críticos son $x = 0$ y $x = 1$. Observa en la gráfica de la derecha, que en $x = 0$ hay un mínimo local cuyo valor es 0 y en $x = 1$ hay un máximo local igual a 2. 				
Propone un procedimiento para determinar los extremos relativos.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor. Sea $f(x)$ una función continua sobre un intervalo cerrado $[a, b]$. 1. Hallar los valores de $f(x)$ en los puntos extremos del intervalo $[a, b]$. 2. Determinar los valores de $f(x)$ en los números o valores críticos de (a, b). 3. Comparar los valores encontrados. El mayor valor es el máximo absoluto y el menor es el mínimo absoluto.				
Explica el Ejemplo formativo 9.6	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 9.6 Siguiendo el procedimiento anterior hallemos los valores máximo y mínimo absolutos sobre $[0, 2]$ de la función $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$. 1. Valores de $f(x)$ en los extremos del intervalo: $f(0) = 0$ y $f(2) = 2/5$. 2. La derivada de $f(x)$ es $f'(x) = \frac{(x^2+1) - x(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$. Si $f'(x) = 0$, entonces $x^2 = 1$ y $x = \pm 1$, pero $x = -1$ no está en el dominio de esta función, es decir en $[0, 2]$, luego evaluamos la función solo para $x = 1$ y obtenemos $f(1) = 1/2$. 3. Comparamos los valores obtenidos: $f(0) = 0$, $f(2) = 2/5$ y $f(1) = 1/2$, luego $f(x)$ tiene un mínimo absoluto en $x = 0$ con valor $f(0) = 0$ y tiene un máximo absoluto en $x = 1$ con $f(1) = 1/2$. Comprueba todo lo anterior haciendo el gráfico de $f(x)$, utilizando por ejemplo <u>Desmos</u>.				
Solicita realizar la Actividad formativa 9.3 .	Trabajo en equipo. Realizan Actividad formativa 9.3.				

		Actividad formativa 9.3 - Si $f(x)$ es derivable sobre un intervalo I y $f'(x) \neq 0$, para todo x del intervalo I, ¿cuántos números críticos podrá tener? - Traza la gráfica de la función $f(x) = -x^2 + 4$ y halla, si existen, los extremos absolutos y relativos de f en los siguientes intervalos: a) $(-2, 2)$ b) $[-2, 2]$ c) $(-2, 2]$ d) $[-2, 2)$ e) $(-\infty, +\infty)$ f) $(-\infty, 2]$ g) $[-2, +\infty)$ h) $[-1, 1]$ - Halla los valores extremos absolutos de las siguientes funciones, si: a) $f(x) = 3x^2 - 12x + 7$ en $[0, 3]$ b) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 6$ en $[-2, 3]$ c) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ en $[0, 2]$ d) $f(x) = \sqrt{x}(6-x)$ en $[0, 6]$				
	Explica el Ejemplo formativo 9.7	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor. Ejemplo formativo 9.7 Dada la función $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ investiguemos sobre sus extremos locales y monotonía. - La derivada de la función es $f'(x) = -2x + 2$ y si se iguala a 0 se tiene $x = 1$. - Como f es derivable en todo el eje real y la derivada solo se anula en ese punto, entonces $x = 1$ es el único valor crítico. Veamos qué sucede antes y después de $x = 1$. - Si consideramos $c < 1$, se cumple siempre que $f'(c) > 0$, ya sea c negativo o $0 \leq c < 1$. Si $c > 1$, entonces la expresión $-2c + 2$ siempre es negativa y $f'(c) < 0$. - Por tanto, la función $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, es creciente para todo $x < 1$ y decreciente para $x > 1$, por lo que en $x = 1$ tiene un máximo local, que también es máximo absoluto. Comprueba haciendo la gráfica de la función cuadrática $f(x)$.				
	Define la paridad de una función.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor. Una función f es par si cumple que $f(x) = f(-x)$ en todo su dominio y es impar si $f(-x) = -f(x)$.				
	Explica el Ejemplo formativo 9.8	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor.				

UAP

Docente

		Ejemplo formativo 9.8  $y = x^2 + 1$ La función $f(x) = x^2 + 1$ es par, pues $f(x) = x^2 + 1 = (-x)^2 + 1 = f(-x)$, ver gráfica de la izquierda. La función $f(x) = x^3$ es impar, pues $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$, ver gráfica de la derecha.  $y = x^3$				
Solicita realizar la Actividad formativa 9.4.		Trabajo en equipo. Realizan Actividad formativa 9.4. Actividad formativa 9.4 - Haz el esbozo de una función f que tenga: - Un mínimo local en $x = 2$, un máximo local en $x = 4$ y sean $f(2) = 3$, $f(4) = 6$, $f(3) = 4$. - Un máximo local en $x = 2$, un mínimo local en $x = 4$ y sean $f(2) = 3$, $f(4) = 1$, $f(3) = 2$. - Mínimos locales en $x = 2$, $x = 6$, un máximo local en $x = 4$ y sean $f(2) = 3$, $f(4) = 6$ y $f(6) = 5$. - Analiza en los casos anteriores, en qué intervalos la función f es creciente o decreciente. - Si $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, determina si es par o impar y dónde es creciente o decreciente. - Comprueba que la función $f(x) = 5x^5 - 2x^3 + x$ es impar y que su derivada es par. - Demuestra ahora que, en general, la derivada de una función impar es una función par. - En las siguientes funciones determina el dominio admisible para cada una y halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento: $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x + 6$ $f(x) = x^2 + \frac{54}{x}$ $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{6-x}$				
	Recapitula sobre los extremos relativos y su relación con la derivada.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre los extremos relativos y su relación con la derivada.	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación	Mediación docente: 10 min.



UAP

Docente

Trabajo extraclase						

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
6-8	Apertura					
	Define la concavidad y punto de inflexión de una función. Además, establece el criterio de la segunda derivada para concavidad de una función.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre la velocidad instantánea. Criterio de la segunda derivada Sea $f(x)$ una función que tiene segunda derivada en un intervalo abierto (a, b). Si para todo valor c del intervalo (a, b), se cumple que: a) $f''(c) > 0$ entonces la función f es cóncava en (a, b). b) $f''(c) < 0$ entonces la función f es convexa en (a, b).	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase</i>	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Explica el Ejemplo formativo 9.8.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor.	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 9.3</i>	Mediación docente: 130 min.

	Ejemplo formativo 9.8 Sea $f(x) = x^4 - 4x^3$, analicemos si tiene extremos locales y puntos de inflexión. - La función $f(x)$ es una función polinomial, por lo que tiene derivada de todos los órdenes. $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x - 3) = 0$, luego los números críticos de f son $x = 0$ y $x = 3$. $f''(x) = 12x^2 - 24x = 12x(x - 2) = 0$ y los posibles puntos de inflexión son $x = 0$ y $x = 2$. Primero, vamos a comparar los signos de la derivada alrededor de los números críticos. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Valor de x</th> <th>Signo de la derivada $f'(x) = 4x^2(x - 3)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x < 0$</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$0 < x < 3$</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$3 < x$</td> <td>+</td> </tr> </tbody> </table> De acuerdo con la tabla $x = 0$ no es un extremo local de la función, pero en $x = 3$ la derivada pasa de negativo a positivo, por lo que es un punto en el que hay un mínimo local y su valor es $f(3) = (3)^4 - 4(3)^3 = -27.$ Es decir, hay un mínimo en $P(3, -27)$.	Valor de x	Signo de la derivada $f'(x) = 4x^2(x - 3)$	$x < 0$	-	$0 < x < 3$	-	$3 < x$	+				
Valor de x	Signo de la derivada $f'(x) = 4x^2(x - 3)$												
$x < 0$	-												
$0 < x < 3$	-												
$3 < x$	+												
Solicita realizar la Actividad formativa 9.4.	Trabajo en equipo. Realizan Actividad formativa 9.4. Siguiendo los mismos pasos realizados en el Ejemplo formativo 9.8, considera la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ y estudia su comportamiento en relación con los extremos locales, concavidad y puntos de inflexión.												
Establece el criterio de la segunda derivada para extremo locales.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor. Criterio de la segunda derivada para extremos locales Si $f(x)$ está definida sobre (a, b) y tiene derivadas $f'(x)$ y $f''(x)$ en un intervalo (a, b), entonces para un valor c perteneciente al intervalo se cumple que: - Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) < 0$, entonces $f(x)$ tiene un máximo relativo en c. - Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) > 0$, entonces $f(x)$ tiene un mínimo relativo en c.												
Explica el Ejemplo formativo 9.9.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor.												

	Ejemplo formativo 9.9 Análisis del comportamiento de una función. Sea $f(x) = 2x^4 - 12x^2 + 3$ y vamos a analizar el comportamiento de esta función en cuanto a monotonía, extremos locales, concavidad y puntos de inflexión. Primero. Por ser una función polinomial f es derivable sobre todo el eje real. Segundo. Calculamos la derivada de f y se iguala a 0, para buscar los números críticos. $f'(x) = 8x^3 - 24x = 8x(x^2 - 3) = 8x(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) = 0$ Por tanto, los números críticos son: $x = 0$, $x = \sqrt{3}$, $x = -\sqrt{3}$. Tercero. Calculamos la segunda derivada de f y se iguala a 0, para buscar los posibles puntos de inflexión y estudiar la concavidad. $f''(x) = 24x^2 - 24 = 24(x^2 - 1) = 24(x + 1)(x - 1) = 0$ Los posibles puntos de inflexión son -1 y 1. Cuarto. Estudiamos el comportamiento de las derivadas en esos puntos encontrados. Como la primera derivada tiene tres factores, estudiemos por partes los signos que se van obteniendo al considerar valores de x, incluidos en cada uno de los intervalos que determinan los números críticos. Por ejemplo: -2, -1, 1 y 2, respectivamente y recuerda que lo que se requiere no es el valor que se obtiene, sino el signo final de la				
Solicita realizar la Actividad formativa 9.5.	Trabajo en equipo. Realizan Actividad formativa 9.5. Actividad formativa 9.5 - En las funciones que se dan a continuación aplica en todos los casos los dos criterios para determinar si tienen algún extremo local en su dominio. Compara cual te resulta más factible de aplicar. a) $f(x) = 3x^2 - 18x + 5$ b) $g(s) = 3s^4 - 4s^3$ c) $h(x) = x(6 - x)^2$ ¿La función $f(x) = 6x^6$ tiene algún extremo? Justifica tu respuesta. - Determina, si los tiene, los extremos relativos, puntos de inflexión y concavidad de las siguientes funciones: a) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$. b) $f(x) = xe^x$, para x perteneciente al intervalo $(-4, 4)$. c) $g(x) = \frac{1}{x(1-x)}$, para x en $(0, 1)$.				
Cierre					

UAP

Docente

	Recapitula el criterio de la segunda derivada para concavidad y para extremos relativos.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre el criterio de la segunda derivada para concavidad y para extremos relativos.	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Participación en clase</i>	Mediación docente: 10 min.
	Trabajo extraclase					

UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
9-11	Apertura					
	Explica cómo usar la monotonía, los valores extremos relativos, los puntos de inflexión y la concavidad para representar de forma gráfica a una función.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase.	Mediación docente: 10 min.
	Desarrollo					
	Explica el Ejemplo formativo 9.8.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor.	Formativa / Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 9.4 y Actividad formativa 9.5.</i>	Mediación docente: 130 min.

	Ejemplo formativo 9.10 Sea la función $f(x) = \frac{4x^2}{x^2-4}$. Analicemos sus características para trazar la gráfica que representa dicha función. - Hay que precisar el dominio y rango. El denominador se anula para $x = \pm 2$, por tanto $D_f = (-\infty, 2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$. Como $f(x) = \frac{4x^2}{x^2-4} = 4 + \frac{16}{x^2-4}$, para $x < -2$ o $x > 2$, $f(x) > 4$ y para $-2 < x < 2$, $f(x) \leq 0$, el rango de la función es $R_f = \mathcal{R} - (0, 4]$. - Para $x = 0$ es $y = 0$ y viceversa; la intersección con los ejes coordenados es $P(0, 0)$. $f(x)$ es una función par, por tanto, $f(x)$ es simétrica respecto al eje y. - Estudiemos qué pasa para valores muy grandes, y muy pequeños, de x. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{x^2-4} = \frac{4}{1} = 4 \text{ y } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2}{x^2-4} = \frac{4}{1} = 4$ De lo anterior se obtiene que $y = 4$ es una asíntota horizontal de $f(x)$. - Como los valores $x = \pm 2$ anulan el denominador de la función $f(x)$, estudiemos los límites laterales en esos puntos. $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{4x^2}{x^2-4} = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{4x^2}{x^2-4} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x^2}{x^2-4} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x^2}{x^2-4} = +\infty$ Por tanto, $x = -2$ y $x = 2$ son asíntotas verticales de la función $f(x)$. - Ahora veamos si $f(x)$ tiene números críticos. $f'(x) = \frac{8x(x^2-4) - 4x^2(2x)}{(x^2-4)^2} = \frac{8x^3 - 32x - 8x^3}{(x^2-4)^2} = \frac{-32x}{(x^2-4)^2}$ Si $f'(x) = 0$ entonces $x = 0$ es el único número crítico. El signo de $f'(x)$ depende el numerador. Para $x < 0$, se tiene $f'(x) > 0$ y para $x > 0$ es $f'(x) < 0$. Por tanto, como $f(0) = 0$, $f(x)$ tiene un máximo relativo en $P(0, 0)$. - Calculemos ahora si hay posibles puntos de inflexión. $f''(x) = \frac{-32(x^2-4)^2 - (-32x)(x^2-4)(2x)}{(x^2-4)^4} = \frac{(x^2-4)(-32x^2 + 128 + 128x^2)}{(x^2-4)^4}$ $= \frac{32(3x^2 + 4)}{(x^2-4)^3}$ Como el numerador es siempre positivo, el signo de $f''(x)$ depende del				
Solicita realizar la Actividad	Trabajo en equipo. Realizan Actividad formativa 9.6.				

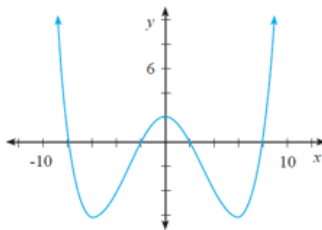
UAP

Docente

formativa 9.6.	Actividad formativa 9.6 Analiza la función $f(x) = x^3 - 7x + 6$, para hacer su representación gráfica. $f(x)$ es una función polinomial, con dominio $D_f =$ _____ y rango $R_f =$ _____. - Aplicando el método de Ruffini, se obtiene $f(x) = (x - 1)(\quad)(\quad)$, luego $f(x)$ tiene raíces en _____. Para $y = 0$, es $x =$ _____. - Para valores crecientes (decrecientes) de x se cumple $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 7x + 6) =$ ____ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 7x + 6) =$ ____. $f(x)$ no tiene puntos de discontinuidad, luego no tiene _____. - Analiza los números críticos. Para ello, la _____ derivada se iguala a ____. - Si $f'(x) = 3x^2 - 7 = 0$, entonces los números críticos son: _____ y _____. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Valor de x</th> <th>Signo de $f'(x)$</th> <th>Crece o decrece</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$-\infty < x < -1.53$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$-1.53 < x < 1.53$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$1.53 < x$</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> Por tanto, $f(x)$ tiene en _____ un _____, cuyo valor es _____ y en _____ un _____, cuyo valor es _____. - Analiza si $f(x)$ tiene puntos de inflexión. $f''(x) = 6x$, luego en $x =$ _____ hay un posible punto de inflexión. Para $x <$ _____, se cumple $f''(x)$ _____ y $f(x)$ es _____ en dicho intervalo. Para $x >$ _____, se cumple $f''(x)$ _____ y $f(x)$ es _____ en dicho intervalo. Como $f(0) =$ _____, entonces el punto de inflexión es $P(\quad, \quad)$. Con toda la información obtenida dibuja un esbozo de la gráfica correspondiente a $f(x)$. 1.	Valor de x	Signo de $f'(x)$	Crece o decrece	$-\infty < x < -1.53$			$-1.53 < x < 1.53$			$1.53 < x$						
Valor de x	Signo de $f'(x)$	Crece o decrece															
$-\infty < x < -1.53$																	
$-1.53 < x < 1.53$																	
$1.53 < x$																	
Solicita realizar la Actividad formativa 9.7.	Trabajo en equipo. Realizan Actividad formativa 9.5. Actividad formativa 9.7 Dadas las siguientes funciones, trazar un esbozo de la gráfica correspondiente a partir del estudio de su comportamiento, siguiendo los pasos estudiados. a) $y = -x^3 - x^2 + 2$ b) $y = x^3 - 3x$ c) $y = x^4 - 2x^2$ d) $y = \frac{2x^2}{(x^2-1)}$ e) $y = x - \sin x$ f) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$																
Indica realizar la Evaluación	Trabajo en equipo. Realizan Evaluación formativa 9.1.																

UAP

Docente

formativa 9.1.	Evaluación formativa 9. 1 1. Expresa si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. <table><tr><th>Afirmación</th><th>V/F</th></tr><tr><td>1. El máximo absoluto es el menor de los máximos locales o relativos.</td><td></td></tr><tr><td>2. Los valores que hacen 0 la primera derivada se les llama números críticos.</td><td></td></tr><tr><td>3. Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) < 0$, la función f tiene un mínimo en c.</td><td></td></tr><tr><td>4. En un punto de inflexión cambia el sentido de concavidad de una función.</td><td></td></tr><tr><td>5. Si la segunda derivada se anula en c, entonces c es un punto de inflexión.</td><td></td></tr></table> 2. Dada la gráfica de la derecha, estima en qué puntos la función es creciente, decreciente, tiene extremos relativos, es cóncava o convexa.  3. Dibujar la gráfica de la función $f(x) = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 10$, a partir de haber analizado sus características principales.	Afirmación	V/F	1. El máximo absoluto es el menor de los máximos locales o relativos.		2. Los valores que hacen 0 la primera derivada se les llama números críticos.		3. Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) < 0$, la función f tiene un mínimo en c .		4. En un punto de inflexión cambia el sentido de concavidad de una función.		5. Si la segunda derivada se anula en c , entonces c es un punto de inflexión.					
	Afirmación	V/F															
1. El máximo absoluto es el menor de los máximos locales o relativos.																	
2. Los valores que hacen 0 la primera derivada se les llama números críticos.																	
3. Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) < 0$, la función f tiene un mínimo en c .																	
4. En un punto de inflexión cambia el sentido de concavidad de una función.																	
5. Si la segunda derivada se anula en c , entonces c es un punto de inflexión.																	
Cierre																	
Recapitula sobre cómo usar la monotonía, los valores extremos relativos, los puntos de inflexión y la concavidad para representar de forma gráfica a una función.	Trabajo en plenaria: Reflexionan sobre cómo usar la monotonía, los valores extremos relativos, los puntos de inflexión y la concavidad para representar de forma gráfica a una función.			Participación en clase.	Mediación docente: 10 min.												
Trabajo extraclase																	

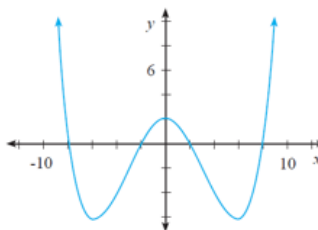
UAP

Docente

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
12	Apertura					
	Explica cómo usar la monotonía, los valores extremos relativos, los puntos de inflexión y la concavidad para representar de forma gráfica a una función.	Trabajo en plenaria: Siguen la explicación del profesor.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase.	Mediación docente: 10 min.

UAP

Docente

Indica realizar la <i>Evaluación formativa 9.1.</i>	Trabajo en equipo. Realizan <i>Evaluación formativa 9.1.</i> <i>Evaluación formativa 9.1</i> 1. Expresa si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. <table><tr><th>Afirmación</th><th>V/F</th></tr><tr><td>1. El máximo absoluto es el menor de los máximos locales o relativos.</td><td></td></tr><tr><td>2. Los valores que hacen 0 la primera derivada se les llama números críticos.</td><td></td></tr><tr><td>3. Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) < 0$, la función f tiene un mínimo en c.</td><td></td></tr><tr><td>4. En un punto de inflexión cambia el sentido de concavidad de una función.</td><td></td></tr><tr><td>5. Si la segunda derivada se anula en c, entonces c es un punto de inflexión.</td><td></td></tr></table> 2. Dada la gráfica de la derecha, estima en qué puntos la función es creciente, decreciente, tiene extremos relativos, es cóncava o convexa.  3. Dibujar la gráfica de la función $f(x) = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 10$, a partir de haber analizado sus características principales.	Afirmación	V/F	1. El máximo absoluto es el menor de los máximos locales o relativos.		2. Los valores que hacen 0 la primera derivada se les llama números críticos.		3. Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) < 0$, la función f tiene un mínimo en c .		4. En un punto de inflexión cambia el sentido de concavidad de una función.		5. Si la segunda derivada se anula en c , entonces c es un punto de inflexión.																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														</
	Afirmación	V/F																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
1. El máximo absoluto es el menor de los máximos locales o relativos.																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
2. Los valores que hacen 0 la primera derivada se les llama números críticos.																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
3. Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) < 0$, la función f tiene un mínimo en c .																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
4. En un punto de inflexión cambia el sentido de concavidad de una función.																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
5. Si la segunda derivada se anula en c , entonces c es un punto de inflexión.																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										

UAP

Docente

Progresión de aprendizaje 10. Problemas de optimización

UAC	Cálculo I	Fecha	Núm. de sesiones	5
Progresión 10	Resuelve problemas de optimización, aplicando funciones y sus derivadas para modelar situaciones del mundo real, justificando las soluciones obtenidas.			
Categorías	Subcategorías	Aprendizajes de trayectoria	Metas de aprendizaje	
C2 Procesos de Intuición y Razonamiento	S3 Pensamiento formal	Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).	M4-C2 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	
C3 Solución de problemas y modelación	S1 Uso de modelos S2 Construcción de Modelos	Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.	M2-C3 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno. M4-C3 Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	
C4 Interacción y lenguaje matemático	S2 Negociación de significados S3 Ambiente matemático de Comunicación	Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.	M3-C4 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.	

Sesión	Rol del docente / Recursos	Rol del estudiante / Recursos	Tipo de evaluación ¿Para qué evaluar? / ¿Quién evalúa?	Técnica de evaluación / instrumento	Evidencia de aprendizaje	Tiempo
	Apertura					

UAP

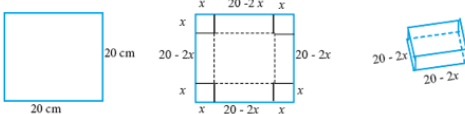
Docente

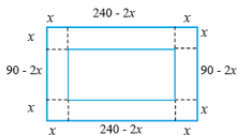
1-5	Indica leer la progresión de aprendizaje 10 para llevar a cabo la identificación de metas de aprendizaje a lograr.	Trabajo individual. Realiza la lectura de la progresión de aprendizaje 10 e identifica las metas de aprendizaje a lograr.	Diagnóstica / Heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad diagnóstica 10.1</i>	Mediación docente: 10 min.				
	Solicita a realizar la <i>Actividad diagnóstica 10.1</i> y los retroalimenta.	Trabajo individual. Realizan la <i>Actividad diagnóstica 10.1</i> y comparten los resultados. <i>Evaluación diagnóstica 10.1</i> Selecciona la respuesta correcta en cada caso. - En una granja se tienen 1,000 metros de cerca de alambre para construir dos corrales adyacentes iguales para pastoreo. Si x representa el ancho de los corrales y y el largo de cada corral, entonces la expresión matemática que representa el perímetro P de los corrales en su conjunto es: a) $3x + 4y = 1000$ b) $3x + 4y = 1000$ c) $4x + 3y = 1000$ - Si un rectángulo de perímetro 100 metros tiene largo x y ancho y, entonces su área en términos solo de x se expresa como: a) $A(x) = x^2 - 100$ b) $A(x) = -x^2 + 50x$ c) $A(x) = -x^2 - 50x$ - Si te apoyas en la representación gráfica de $f(x) = -2x^2 + 1$, la función $f(x)$ tiene como extremo local un _____ en: a) $x = 1$ b) $x = -2$ c) $x = 0$								
	Desarrollo									
	Contextualiza la derivada mediante problemas de optimización.	Trabajo en plenaria. Siguen la explicación del profesor.					Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	<i>Actividad formativa 10.1, 10.2, 10.3, 10.4,</i>	Mediación docente: 230 min.
Explica el <i>Ejemplo formativo 10.1</i>	Trabajo en plenaria. Analizan y reflexionan sobre el desarrollo del <i>Ejemplo formativo 10.1</i>									

	Ejemplo formativo 10.1 Área máxima. Con 400 metros lineales de malla de alambre se quiere lograr cubrir el máximo de superficie rectangular posible, para obtener un área cercada de cultivos. Recuerda que el área que abarca un rectángulo está delimitada por las dimensiones de su largo x y de su ancho y por la fórmula $A = xy$. Si bien hay diversas posibilidades para un rectángulo como se muestra a continuación, se busca aquél que tenga el área máxima.  Si bien, tanto el ancho como el largo son dos elementos que hay que determinar, tanto la variable x como y, están también ligadas por la fórmula del perímetro de un rectángulo. Como se quieren utilizar todos los metros de malla disponibles, se tiene que $P = 2(x + y) = 400$, de donde, por ejemplo, si se despeja y se obtiene $y = 200 - x$. Al sustituir esa expresión en la fórmula del área, queda ésta como una función de una de las dos dimensiones del rectángulo, es decir, $A(x) = x(200 - x)$ y el problema se reduce a buscar el valor máximo de la función $A(x)$. Para proseguir, si bien tenemos la función a la que debemos encontrar un valor máximo, es necesario precisar su dominio. En casos extremos, la variable x puede estar entre 0 y 200 m ya que el largo total de la malla que se quiere utilizar es 400 m.				10.5, 10.6 y 10.7. Evaluación formativa 10.1
Indica realizar la Actividad formativa 10.1.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 10.1. Actividad formativa 10.1 Determinación de números. Busca dos números no negativos cuya suma sea 60 y cuyo producto sea máximo. Sean x y y los números buscados. Se busca que el producto $P: x \cdot y$ sea máximo. Restricciones: x _____, y _____; además, $x + y =$ _____, de donde $y =$ _____. Por tanto, la función $P(x) =$ _____. El dominio de la función $P(x)$ es el intervalo $[0, 60]$. Este hecho proviene de la combinación de las dos desigualdades x _____ 0 y y _____ 0. Su derivada igual a 0 es: _____. El valor crítico es $x =$ _____. Calcula los valores de $P(x)$, para los extremos del intervalo y para el número crítico encontrado: _____. El producto máximo se obtiene para los números: _____.				
Indica realizar la Actividad formativa 10.2.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 10.2. Actividad formativa 10.2 1. Busca dos números cuyo producto sea -16 y para los cuales la suma de sus cuadrados sea mínima. 2. Determina el valor mínimo de la suma de un número no negativo y su recíproco.				

UAP

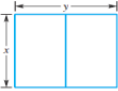
Docente

Explica el <i>Ejemplo formativo 10.2</i>	Trabajo en plenaria. Analizan y reflexionan sobre el desarrollo del <i>Ejemplo formativo 10.2</i> <i>Ejemplo formativo 10.2</i> Volumen máximo. Se tiene una lámina de cartón cuadrada de 20 cm de lado y se quiere construir una caja sin tapa cortando en cada esquina de la lámina un cuadrado de lado x cm y doblando hacia arriba las caras laterales resultantes. Determina qué valor de x hace máximo el volumen de la caja resultante. La caja resultante, se muestra a continuación.  Es un cubo de base cuadrada, cuyo volumen, como sabes, es el área de la base por la altura, $V = l^2 h$, y en este caso $V(x) = (20 - 2x)^2 x$, es decir, se trata de encontrar el valor de x que hace máximo la función $V(x)$. El dominio de esta función está entre 0 y 10, es decir $0 \leq x \leq 10$. ¿Por qué? Calculemos la primera derivada de $V(x)$. $V'(x) = 2(20 - 2x)(-2)x + (20 - x)^2(1) = (20 - 2x)(-4x) + (20 - x)^2 = (20 - 2x)(20 - 6x).$ Si $V'(x) = 0$, entonces los números críticos son $x = 10$ y $x = 10/3$ y ambos están en el dominio de la función $V(x)$. Ahora evaluamos la función para los extremos del intervalo y los números críticos. Como $V(0) = 0$, $V(10) = 0$ y $V(10/3) = 592.6 \text{ cm}^3$, el máximo volumen de la caja se obtiene para $x = 10/3$ cm, es decir cortando cuadrados de $10/3$ cm de lado en cada esquina de la lámina.				
Explica el <i>Ejemplo formativo 10.3</i>	Trabajo en plenaria. Analizan y reflexionan sobre el desarrollo del <i>Ejemplo formativo 10.3</i>				

		Ejemplo formativo 10.3 Volumen mínimo. Se quiere construir un recipiente en forma cilíndrica con tapas y de una capacidad de 160 cm^3. Hallar las dimensiones del cilindro para que la chapa empleada en su construcción sea mínima. En la figura de la derecha, se muestra que la superficie del cilindro con tapas se compone del área lateral y del área de cada círculo que conforman las tapas. Por tanto, si A es el área del cilindro con tapas entonces $A = A_L + 2A_C$. De acuerdo con las fórmulas del área del cilindro y del círculo, se tiene $A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. El área depende tanto del radio como de la altura. Pero sabemos que el volumen está dado por $V = \pi r^2 h$, luego $h = V/\pi r^2$. Así, si se sustituye h en la fórmula del área, se tiene entonces $A = 2\pi r^2 + 2\pi r(V/\pi r^2)$ y se obtiene la función objetivo, ya que el área entonces es una función sólo de la variable r, es decir $A(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot (V/\pi r^2) = 2\pi[r^2 + 160/\pi r]$ Como restricción, el radio r debe ser mayor que 0, pero puede tomar cualquier valor tan grande o pequeño como se quiera; basta, en correspondencia, seleccionar h tan pequeño o grande como se necesite, por lo que se considera un intervalo abierto para el radio r. Buscamos, entonces, el valor de r para el cual $A(r)$ tiene un valor mínimo y para ello calculamos su primera derivada. $A'(r) = 2\pi \left(2r - \frac{160}{\pi r^2} \right) = 2\pi \left(\frac{2\pi r^3 - 160}{\pi r^2} \right) = 2 \left(\frac{2\pi r^3 - 160}{r^2} \right)$ Los números críticos son aquellos para los cuales se anula la derivada, en este caso los que anulan el numerador, ya que r^2 es mayor que 0. Entonces de $2\pi r^3 - 160 = 0$ se obtiene				
	Indica realizar la Actividad formativa 10.3.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 10.3. Actividad formativa 10.3 1. Para construir un depósito de agua, a partir de una lámina de acero de 2.4 m de largo por 90 cm de ancho, se cortan en cada esquina de la lámina cuadrados iguales, como se muestra en la figura de la derecha. A continuación, se dobla lo resultante en cada borde hacia arriba y culmina el proceso con una soldadura, hasta dejar sellado el depósito. Calcula qué dimensiones debe tener este depósito en largo, ancho y alto para lograr que admita el máximo de agua.  El largo de la lámina de 2.4 m equivale a ____ cm. El volumen del cuerpo resultante es $V =$ ____. Por tanto, $V(x) =$ _____. El dominio $D_V =$ _____. Para obtener el máximo volumen, es decir, los valores que hacen máxima esta función hay que partir primero de determinar sus _____ y comparar el valor que se obtiene al evaluar la función en ellos, con los de los extremos del intervalo que define su dominio.				

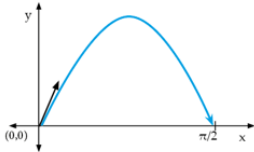
UAP

Docente

Explica el <i>Ejemplo formativo 10.4</i>	Trabajo en plenaria. Analizan y reflexionan sobre el desarrollo del <i>Ejemplo formativo 10.4</i> <i>Ejemplo formativo 10.4</i> Dimensiones de terrenos. En una granja se tienen 1,000 metros de cerca de alambre para construir dos corrales adyacentes iguales para pastoreo. ¿Cuáles son las dimensiones que encierran el área máxima? Llamemos x al ancho de los corrales y y al largo de ambos corrales juntos, para abarcar el área total buscada. La figura de la derecha representa un esquema del problema.  El lado x hay que considerarlo tres veces, por lo que como hay 1,000 metros de cerca, $3x + 2y = 1000$; es decir, $y = 500 - \frac{3}{2}x$. El área total A está dada por $A = x \cdot y = x \left(500 - \frac{3}{2}x \right) = 500x - \frac{3}{2}x^2$. Por haber tres lados de longitud x, entonces $0 \leq x \leq 1000/3$. Así, el problema es determinar el máximo de $A(x)$ en el intervalo cerrado $[0, 1000/3]$. Derivamos la función $A(x)$ y se iguala a 0. $A'(x) = 500 - 3x = 0, \text{ de donde } x = \frac{500}{3}.$ Se evalúa la función $A(x)$ para los extremos del intervalo cerrado y el valor $x = \frac{500}{3}$.				
Indica realizar la <i>Actividad formativa 10.4</i>.	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 10.4</i>. <i>Actividad formativa 10.4</i> 1. Un agricultor dispone de 2,400 metros de material y va a construir una barda para cercar una parcela rectangular que bordear un río recto, de modo que no necesita barda a lo largo del río. ¿Cuáles son las dimensiones que debe tener la parcela para encerrar el área más grande? Ilustra con un esquema la situación planteada en el problema, identificando las variables.  La fórmula para calcular el área está dada por: _____ Es posible representar A en función de una sola variable, para ello expresamos, por ejemplo, y en términos de x _____. La función a maximizar es _____. El dominio de esta función es: _____. Su derivada igualada a cero es: _____, de donde $x =$ _____. Se evalúa la función en los puntos _____ y se obtiene que el máximo se alcanza en _____. Así, las dimensiones de la parcela rectangular deben ser _____. 2. Se quiere cercar en forma rectangular, por 3 lados, un área de $1,800 \text{ m}^2$, aprovechando la pared trasera de una casa ¿Qué dimensiones de los lados de la cerca harán que se utilice el mínimo de metros de cerca?				

UAP

Docente

Explica el <i>Ejemplo formativo 10.5</i>	Trabajo en plenaria. Analizan y reflexionan sobre el desarrollo del <i>Ejemplo formativo 10.5</i> Ejemplo formativo 10.5 Alcance de proyectiles. El alcance horizontal S de un proyectil, si no se tiene en cuenta la resistencia del aire, está dado por $S(x) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2x$, donde v_0 es la velocidad inicial constante, g es la aceleración de la gravedad y x es el ángulo de elevación o salida. Vamos a determinar para qué valor del ángulo de lanzamiento se obtiene el alcance máximo del proyectil y cuál es el valor del alcance.  Una representación gráfica se aprecia en la figura de la derecha. Para ángulos x mayores que $\pi/2$, $\sin 2x$ es negativo y el proyectil saldría hacia atrás! Por tanto, tiene sentido restringir el dominio de la función $S(x)$ al intervalo cerrado $[0, \pi/2]$. Como $S'(x) = \frac{v_0^2}{g} 2 \cos 2x$, si $S'(x) = 0$, entonces $\cos 2x = 0$ y de ahí el único número crítico en el intervalo abierto $(0, \pi/2)$ es $\pi/4$. Al evaluar la función en los extremos del intervalo cerrado y el número crítico $\pi/4$ se obtiene: $S(0) = 0, \quad S(\pi/4) = \frac{v_0^2}{g} \quad \text{y} \quad S(\pi/2) = 0.$ Como la función $S(x)$ es continua sobre el intervalo cerrado se concluye que el alcance máximo se obtiene para $x = \pi/4$ y es igual a $S(\pi/4) = \frac{v_0^2}{g}$. Ello significa que, para lograr el mayor alcance horizontal, el proyectil debe ser lanzado a un ángulo de 45° con respecto a la horizontal.				
Indica realizar la <i>Actividad formativa 10.5</i>.	Trabajo en equipo. Realizan la <i>Actividad formativa 10.5</i>. Actividad formativa 10.5 Un proyectil es lanzado verticalmente hacia arriba desde el suelo con una velocidad inicial de v_0 metros por segundo. La altura $h(t)$ del proyectil en función del tiempo t está dada por la ecuación: $h(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$, donde $g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$ es la aceleración debida a la gravedad. - Si la velocidad inicial es $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, encuentra el tiempo t en el que el proyectil alcanza su altura máxima. - Calcula la altura máxima alcanzada por el proyectil.				
Explica el <i>Ejemplo formativo 10.6</i>	Trabajo en plenaria. Analizan y reflexionan sobre el desarrollo del <i>Ejemplo formativo 10.6</i>				

UAP

Docente

	Ejemplo formativo 10.6 Optimización de producción. En una fábrica de camisas se producen a diario x camisas y se venden a la empresa distribuidora a razón de 100 pesos por camisa. El costo total de x camisas diariamente para la fábrica es $C(x) = x^2 + 20x + 20$. Determina la cantidad de camisas que se deben producir diariamente para obtener el máximo de ganancia por día. La ganancia G está dada por la diferencia entre la venta diaria, es decir $V(x) = 100x$, y el costo de producir las camisas, es decir $G(x) = V(x) - C(x) = \underline{\hspace{2cm}}$. De donde $G(x) = -x^2 + 80x - 20$. Por tanto, se trata de encontrar qué valor hace máximo está función. Para hallar los números críticos se calcula $\underline{\hspace{2cm}}$ y se obtiene $\underline{\hspace{2cm}}$. De donde $x = \underline{\hspace{1cm}}$ es el único número crítico y como es $G''(x) \underline{\hspace{1cm}}$, en ese número crítico se alcanza un $\underline{\hspace{2cm}}$. La ganancia se calcula sustituyendo ese valor en $G(x)$: $\underline{\hspace{2cm}}$. Por tanto, se deben fabricar $\underline{\hspace{1cm}}$ camisas diariamente para obtener $\underline{\hspace{1cm}}$ como máxima ganancia por día.				
Indica realizar la Actividad formativa 10.6.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 10.6. Actividad formativa 10.6 1. El costo de producción en pesos de un envase plástico hermético está dado por la función $C(x) = \frac{27}{x} + 3x - 1$, siendo $x > 0$ el volumen de la bolsa, en litros. ¿Cuál debe ser el volumen de la bolsa para que su costo sea mínimo? ¿Cuál es el valor de dicho costo? 2. En una pizzería se venden diariamente pizzas por un ingreso dado por $I(x) = 10x$ y costos por $C(x) = 2x + x^2$, donde x representa el número de pizzas. ¿Cuántas pizzas darán la mayor ganancia diaria a la pizzería?				
Indica realizar la Actividad formativa 10.7.	Trabajo en equipo. Realizan la Actividad formativa 10.7.				

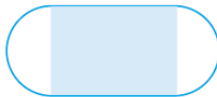
UAP

Docente

		Actividad formativa 10.7 1. Con una lámina de cartón cuadrada de 30 cm de lado, se va a construir una caja sin tapa cortando en cada esquina de la lámina un cuadrado de lado x cm y doblando las caras laterales resultantes. Determina qué valor de x hace máximo el volumen de la caja resultante. 2. Para construir una pequeña caja sin tapa se parte de una lámina de cartón rectangular de 24 cm de largo por 9 cm de ancho y se cortan cuadrados idénticos en las 4 esquinas de la lámina para doblar lo resultante en cada lado hacia arriba. Dibuja un esquema que represente la acción a realizar y calcula las dimensiones en largo, ancho y alto que debe tener la caja para lograr un volumen máximo. ¿Cuál es ese volumen? 3. A la orilla de una carretera recta se va a reservar un área para construir una cafetería, y hay disponibles 96 m de malla de alambre para cercarla. ¿Qué dimensiones de una cerca de forma rectangular, de 3 lados, que se construya harán que el área ocupada sea máxima? 4. Se va a cortar cartulina para imprimir un cartel, en forma rectangular, con 800 cm² de texto. Se quieren márgenes de 4 cm en la parte superior e inferior, así como 2 cm a cada lado, ¿Qué dimensiones debe tener la sección de cartulina que se corte para que el área abarcada sea mínima? 5. En una imprenta se van a confeccionar las invitaciones para una boda y la invitación va a tener 216 cm² de área impresa y con un margen superior e inferior de 2 cm y laterales de 3 cm. Halla las dimensiones del tamaño de la página que permita ahorrar más cartulina.				
	Solicita realizar la Evaluación formativa 10.1.	Trabajo en plenaria. Realizan la Evaluación formativa 10.1.				

UAP

Docente

	Evaluación formativa 10.1 1. Dispones de una barra de aluminio de 66 metros para construir una portería de fútbol. Si quieres que el área de la portería sea máxima, ¿cuánto deben medir los postes y el larguero? 2. Un terreno rectangular ha de cercarse en tres porciones rectangulares iguales, dividiéndolo con dos cercas paralelas a uno de sus lados. a) Elabora una figura que represente la situación descrita anteriormente e identifica las variables. b) Si el área a encerrar es de $4,000\text{ m}^2$, encuentra las dimensiones de terreno que requiere la cantidad mínima de cerca. c) Si la cantidad total de cerca a utilizar es $8,000\text{ m}$, encuentra las dimensiones de terreno encerrado que tenga el área máxima. 3. La pista de carreras que se muestra en la siguiente figura, debe constar de dos partes rectas paralelas y dos partes semicirculares. La longitud de la pista debe medir 2 km. Encuentra el diseño de la pista de modo que el terreno rectangular encerrado por la pista sea máximo. 				
Cierre					
Recapitula sobre la resolución de problemas de optimización.	Trabajo en plenaria. Comentan sobre sobre la resolución de problemas de optimización.	Formativa/ Autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación	Observación/ Guía de observación	Participación en clase.	Mediación docente: 10 min.
Trabajo extraclase					